CORRIGE

TP EQUILIBRAGE DYNAMIQUE - DOCUMENT-REPONSE

Question 1. Déterminer le moment dynamique en O de S dans son mouvement par rapport à 0,

$$\vec{\sigma}(O, S / 0) = \vec{I}(O, S) \vec{\Omega}(S / 0) = -E \dot{\theta} \vec{x}_1 - D \dot{\theta} \vec{y}_1 + C \dot{\theta} \vec{z}$$

$$\vec{\delta}(O, S / 0) = \frac{d(\vec{\sigma}(O, S / 0))}{dt_0} = (-E \ddot{\theta} + D(\dot{\theta}^2)) \vec{x}_1 - (D \ddot{\theta} + E \dot{\theta}^2) \vec{y}_1 + C \ddot{\theta} \vec{z}$$

$$= \dot{\theta}^2 ((D \cos \theta + E \sin \theta) \vec{x} + (D \sin \theta - E \cos \theta) \vec{y}) .$$

Question 2. Déterminer l'accélération en G dans le mouvement de S par rapport à 0

$$\vec{a}(G, S / 0) = \frac{d}{dt_0} (a \dot{\theta} \vec{y}_1 - b \dot{\theta} \vec{x}_1) = -a \dot{\theta}^2 \vec{x}_1 - b \dot{\theta}^2 \vec{y}_1 = \dot{\theta}^2 \{(-a \cos \theta + b \sin \theta) \vec{x} - (b \cos \theta + a \sin \theta) \vec{y}\}$$

Question 3. Ecrire les 6 équations du principe fondamental de la dynamique :

Théorème de la résultante		Théorème du moment	
/ $\vec{x}$	$X = m \dot{\theta}^2 (-a \cos \theta + b \sin \theta)$ (1)	/ $\vec{x}$	$L = \dot{\theta}^2 (D \cos \theta + E \sin \theta)$ (4)
/ $\vec{y}$	$Y = -m \dot{\theta}^2 (b \cos \theta + a \sin \theta)$ (2)	/ $\vec{y}$	$M = \dot{\theta}^2 (D \sin \theta - E \cos \theta) \vec{y}$ (5)
/ $\vec{z}$	$Z = 0$ (3)	/ $\vec{z}$	$N = 0$ (6)

Question 4. Relever sur les courbes précédentes les valeurs maximales de X, Y, L et M :

		Unités			Unités
Xmax =	209	N	Lmax =	80,9	N.m
Ymax =	209	N	Mmax =	80,9	N.m

Question 5. Relever sur les courbes précédentes les valeurs de X, Y, L et M pour $\theta = 0$:

		Unités			Unités
X ₀ =	-31,29	N	L ₀ =	-80,15	N.m
Y ₀ =	206,7	N	M ₀ =	-10,85	N.m

Question 6. A partir des équations (1) à (6) obtenues au paragraphe II, déterminer a, b, D et E :

Expressions littérales

a=	$-\frac{X_0}{m \dot{\theta}^2}$	D=	$\frac{L_0}{\dot{\theta}^2}$
b=	$-\frac{Y_0}{m \dot{\theta}^2}$	E=	$-\frac{M_0}{\dot{\theta}^2}$

Applications numériques.

		Unités			Unités
a=	0,0115	mm	D=	-8,16E-4	Kg.m ²
b=	-0,0762	mm	E=	1,10E-4	Kg .m ²

Question 7. Donner le cadran du plan ($O, \vec{x}_1, \vec{y}_1$) dans lequel se trouve le point où de la matière a été enlevée. **La matière a été enlevée dans le 2^{ème} cadran**

En effet, a>0 et b<0 indiquent que le centre de gravité se trouve dans le 4^{ème} cadran, donc que le matière a été enlevée dans le 2^{ème}.

Autre méthode : $D = \int yz dm$ est négatif. Donc l'intégration fait apparaître un déficit sur les y>0 : il manque de la matière dans ce demi-plan.

$E = \int xz dm$ est positif. Donc l'intégration fait apparaître un excès sur les x>0 : il manque de la matière dans le demi-plan x<0

Au total il manque de la matière pour x<0 et y>0 : c'est le deuxième cadran..

CORRIGE

Question 8. Donner les deux équations traduisant l'équilibre statique :

$$\overline{OG} \cdot \vec{x}_1 = 0 \dots \Rightarrow ma + m_1 x_1 + m_2 x_2 = 0$$

$$\overline{OG} \cdot \vec{y}_1 = 0 \Rightarrow mb + m_1 y_1 + m_2 y_2 = 0$$

Question 9. A l'aide du théorème de Huygens, donner les deux équations de l'équilibre dynamique :

$$D' = D + m_1 y_1 z_1 + m_2 y_2 z_2 = 0$$

$$E' = E + m_1 x_1 z_1 + m_2 x_2 z_2 = 0$$

Question 10. Réécrire les 4 équations traduisant l'équilibre statique et dynamique en faisant intervenir les nouvelles coordonnées.

$$ma + m_1 r_1 \cos \theta_1 + m_2 r_2 \cos \theta_2 = 0$$

$$D + m_1 z_1 r_1 \sin \theta_1 + m_2 z_2 r_2 \sin \theta_2 = 0$$

$$mb + m_1 r_1 \sin \theta_1 + m_2 r_2 \sin \theta_2 = 0$$

$$E + m_1 z_1 r_1 \cos \theta_1 + m_2 z_2 r_2 \cos \theta_2 = 0$$

Question 11. Résoudre le système d'équations obtenu :

Expressions littérales

$\tan(\theta_1) = \frac{-D + mbz_2}{-E + maz_2}$	$m1 = \frac{D - mbz_2}{r_1 \sin \theta_1 (z_2 - z_1)}$
$\tan(\theta_2) = \frac{mb + m_1 r_1 \sin \theta_1}{ma + m_1 r_1 \cos \theta_1}$	$m2 = -\frac{ma + m_1 r_1 \cos \theta_1}{r_2 \cos \theta_2}$

Applications numériques

$\tan(\theta_1) =$	OU	$\theta_1 = -0,988 \text{ rad}$	$m1 = -0,00035315 \text{ kg}$
		$\theta_1 = 2,1531 \text{ rad}$	$m1 = 0,00035315 \text{ kg}$

Valeurs retenues : $\theta_1 = 2,1531 \text{ rad (123,36 deg.)}$ et $m1 = 0,00035315 \text{ kg}$ (préciser les unités)

$\tan(\theta_2) =$	OU	$\theta_2 = -1,4417098 \text{ rad}$	$m2 = -0,00699231 \text{ kg}$
		$\theta_2 = 1,69988285 \text{ rad}$	$m2 = 0,00699231 \text{ kg}$

Valeurs retenues : $\theta_2 = 1,69988285 \text{ rad (97,40 deg.)}$ et $m2 = 0,00699231 \text{ kg}$ (préciser les unités)