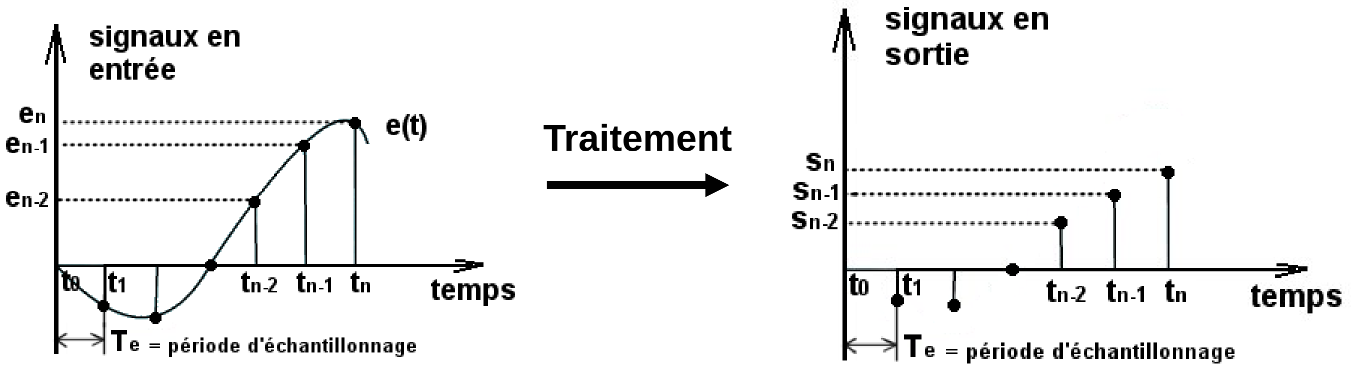
Fiche TP
« écriture des équations de récurrence des correcteurs numériques pour le traitement par le micro-contrôleur »

1- Informations sur la discrétisation d'une fonction de transfert de correcteur :

l'écriture de la fonction de transfert du correcteur est donnée dans le domaine « continu » ;

par exemple pour un correcteur à avance de phase : $S(p) = \frac{1+a.\tau.p}{1+\tau.p}.E(p)$ (p = variable de Laplace)

Or le « micro-contrôleur » qui doit réaliser l'opération de filtrage fonctionne dans le domaine « échantillonné » ; c'est-à-dire que la prise des informations d'entrée « e(t) » ainsi que la délivrance des résultats de calcul « s(t) » après traitement, s'effectuent de manière discontinue à des instants successifs définis par la « période d'échantillonnage » Te.



Procédé de discrétisation du correcteur, par exploitation de la relation de dérivation :

Pour une grandeur u(t) qui pourra être e(t) ou s(t), il s'agira d'exploiter la relation qui exprime la fonction de dérivation :

Domaine de Laplace	Domaine temporel	Domaine échantillonné
$p.U(p)$	$\frac{d(u(t))}{dt} \approx \frac{\Delta U}{\Delta t}$	Dérivation exprimée par exemple ici sous la forme de différence finie : $\frac{U(t_n)-U(t_{n-1})}{t_n - t_{n-1}} = \frac{U(t_n)-U(t_n - Te)}{Te} = \frac{U_n - U_{n-1}}{Te}$

En conséquence : L'équation du correcteur étant écrite dans le domaine de Laplace, pour son passage dans le domaine échantillonné, il s'agira de transformer l'équation du correcteur pour faire en sorte de ne faire apparaître la variable de Laplace « p » que sous forme d'un produit : « p.E(p) », ou « p.S(p) ».

L'une ou l'autre de ces expressions pourront alors permettre le passage dans le domaine échantillonné, et l'écriture de la sortie cherchée « S_n », en fonction des variables présentes dans le micro-contrôleur, qui sont :

- E_n : à la suite d'une mesure (entrée) ;
- E_{n-1} : à la suite de la mémorisation d'une mesure précédente ;
- S_{n-1} : à la suite du calcul d'une sortie précédente.

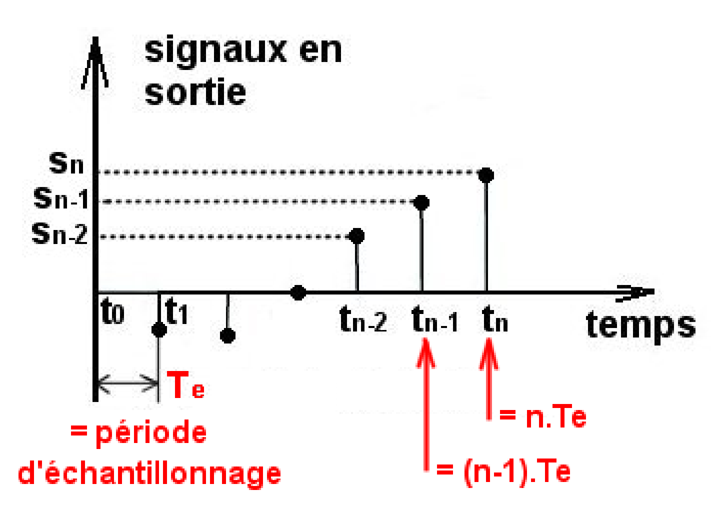
Aéroparc Saint Martin – 12 rue de Caulet – 31300 TOULOUSE – ☎ : + 33 (0)5 62 88 72 72 : + 33 (0)5 62 88 72 79
Site internet : www.dmseducation.com Email : info@dmseducation.com

2- démarche de discrétisation

Exemple du correcteur à avance de phase :	Exemple du correcteur dérivé filtré :
Son équation dans le domaine de Laplace est S(p) = $\frac{1+a.\tau.p}{1+\tau.p}$. E(p) avec a > 1 τ : constante de temps ; a : coefficient d'avance de phase	Son équation dans le domaine de Laplace est S(p) = $\frac{p}{1+\tau.p}$. E(p) τ : constante de temps ;

2-1 Modifier l'équation pour ne faire apparaître que des p en facteur de S(p) ou E(p) :
2-2 Repasser dans le domaine temporel et remplacer la multiplication par p du domaine de Laplace par la dérivation temporelle : $p.U(p) \rightarrow \frac{d(u(t))}{dt}$

2-3 intégrer l'égalité obtenue, entre les deux instants d'échantillonnage : (n-1)Te et nTe (figure ci-contre) ;



on obtiendra des termes tels que :

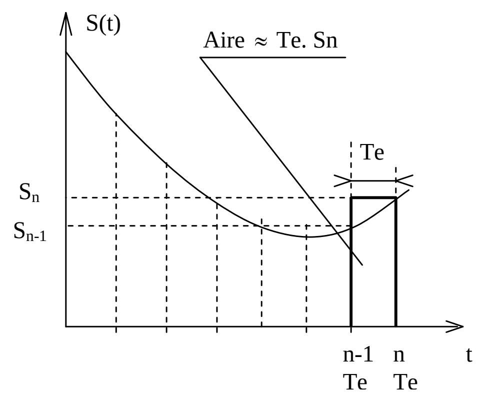
$S(nTe)$; $S((n-1)Te)$;
$E(nTe)$) ; $E((n-1)Te)$;
$\int_{(n-1)Te}^{nTe} S(t).dt$;
$\int_{(n-1)Te}^{nTe} E(t).dt$

introduire les notations discrètes :

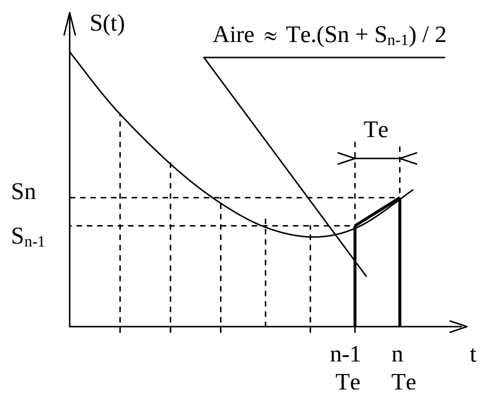
$S(nTe) \rightarrow S_n$;
$S((n-1)Te) \rightarrow S_{n-1}$;
$E(nTe)$) $\rightarrow E_n$;
$E((n-1)Te) \rightarrow E_{n-1}$;

2-4 exprimer les termes intégraux :

a) soit par la méthode des rectangles :



b) soit par la méthode des trapèzes :



Société DMS
Aéroparc Saint Martin – 12 rue de Caulet – 31300 TOULOUSE – ☎ : + 33 (0)5 62 88 72 72 : + 33 (0)5 62 88 72 79
Site internet : www.dmseducation.com Email : info@dmseducation.com

2-5 Et montrer que l'on obtient :

- pour le correcteur à avance de phase :

- par la méthode des rectangles,

$$\boxed{S_n(avance\,de\ phase) = \frac{1}{Te+\tau}\left[\tau.S_{n-1} + (Te+a.\tau).E_n - a.\tau.E_{n-1}\right]}$$

(on pourra noter que cette méthode rejoint l'utilisation des différences finies pour exprimer la dérivée)

- par la méthode des trapèzes (plus précise) :

$$\boxed{S_n(avance\,de\ phase) = \frac{1}{Te+2.\tau}.\left[(2.\tau - Te).S_{n-1} + (Te+2.a.\tau).E_n + (Te-2.a.\tau).E_{n-1}\right]}$$

- pour le correcteur dérivé filtré :

- par la méthode des rectangles,

$$\boxed{S_n(dérivé\ filtré) = \frac{1}{Te+\tau}\left[\tau.S_{n-1} + E_n - E_{n-1}\right]}$$

- par la méthode des trapèzes (plus précise) :

$$\boxed{S_n(dérivé\ filtré) = \frac{1}{Te+2.\tau}\left[(2.\tau - Te).S_{n-1} + 2.(E_n - E_{n-1})\right]}$$

Aéroparc Saint Martin – 12 rue de Caulet – 31300 TOULOUSE – ☎ : + 33 (0)5 62 88 72 72 📠 : + 33 (0)5 62 88 72 79
Site internet : www.dmseducation.com Email : info@dmseducation.com