

Dossier ressources

Chapitre 5

Comportement des suspensions arrière

Ce chapitre présente le comportement des suspensions arrière en cas de transmission finale par chaîne (ou courroie) ou acatène.

SOMMAIRE

5.1. Problématique

5.2. Cas d'une transmission finale par chaîne ou par courroie

- 5.2.1. Contexte de l'étude
- 5.2.2. Analyse graphique
- 5.2.3. Solution analytique
- 5.2.4. Evolution du rapport R en fonction du déplacement de la roue

5.3. Cas de la suspension de type « Monolever »

- 5.3.1. Schéma cinématique
- 5.3.2. Analyse graphique
- 5.3.3. Solution analytique
- 5.3.4. Evolution du rapport R en fonction du déplacement de la roue

5.4. Cas de la suspension Paralever (troisième génération)

- 5.4.1. Schéma cinématique de la suspension et transmission finale
- 5.4.2. Analyse graphique
- 5.4.3. Solution analytique
- 5.4.4. Evolution du rapport R en fonction du déplacement de la roue

5.1. Problématique

Le chapitre DR3 du dossier ressources a montré, en phase d'accélération en ligne droite, que la roue avant d'une moto est délestée donc l'avant se soulève. Le mode de transmission du couple moteur à la roue arrière motrice va influencer le comportement de l'arrière de la moto.

En conséquence il s'agit maintenant d'analyser de manière simple, mais non simpliste, le comportement d'une suspension arrière de moto sous l'effet d'une accélération $\vec{\Gamma}_1 = \gamma \vec{x}$ ($\gamma > 0$) dans les trois cas classiques :

- d'un bras oscillant et d'une transmission par chaîne (ou par courroie) ;
- d'un bras oscillant et d'une transmission acaténe (l'ancienne solution type « Monolever » de BMW par exemple) ;
- d'une suspension « Paralever » de BMW.

Pour la suite on supposera les poids et les masses ainsi que les inerties des éléments de la suspension et de la transmission finale négligeables.

Afin de simplifier les calculs, mais sans restreindre la généralité du problème, seule la surcharge « dynamique »

$m\gamma \frac{h}{a}$ sur la roue arrière due à l'accélération sera prise en compte dans les analyses suivantes (cf. chap. DR3 du dossier ressource).

Toute(s) autre(s) hypothèse(s) plausible(s) par rapport au but poursuivi est (sont) acceptable(s).

On note M le moment exercé par l'ensemble ressort-amortisseur sur le bras par rapport à l'axe C; \vec{z} (fig. 5- 2).

5.2. Cas d'une transmission finale par chaîne ou par courroie

5.2.1. Contexte de l'étude

La fig. 5- 1 présente une transmission finale par chaîne et par courroie.

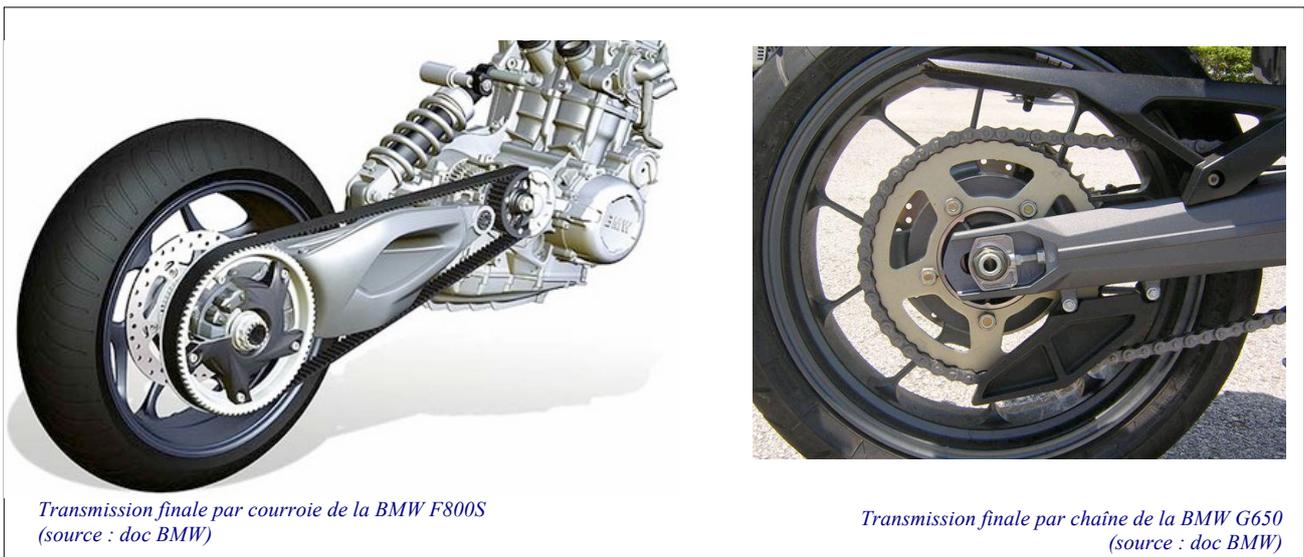


fig. 5- 1
Transmission finale par chaîne et par courroie

La position initiale de la moto est la position d'équilibre statique.

L'action du sol sur la roue en phase d'accélération $\vec{F}_{0 \rightarrow 2} = m\gamma \vec{x} + m\gamma \frac{h}{a} \vec{y}$ est toujours colinéaire à la ligne de transfert de charge (cf. chap. 3 du dossier ressources).

Le brin tendu de la chaîne (ou de la courroie) exerce et porte l'effort T sur la roue dentée liée complètement à la roue arrière (fig. 5- 2 et fig. 5- 4). L'effort dans le brin mou de la chaîne (ou de la courroie) est supposé nul.

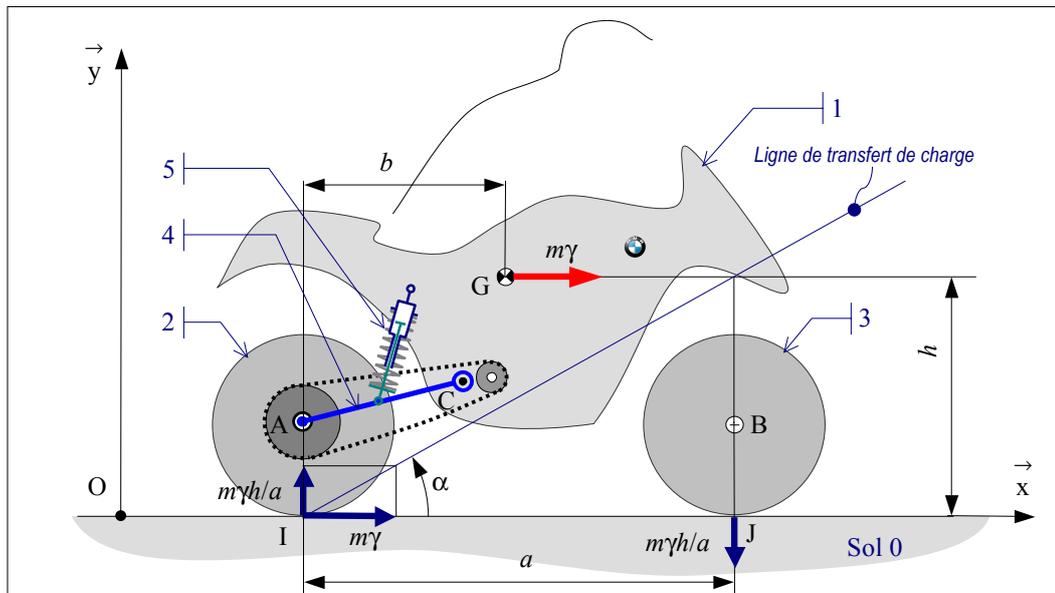


fig. 5- 2
Modèle d'une transmission finale par chaîne ;
Actions dynamiques extérieures sur l'ensemble de la moto

5.2.2. Analyse graphique

En supposant que le combiné ressort-amortisseur 5 n'existe pas, l'isolement du bras 4 montre que $\vec{F}_{1 \rightarrow 4}$ est portée par le bras oscillant. Le bras 4 et le brin tendu de la chaîne se coupent alors en D.

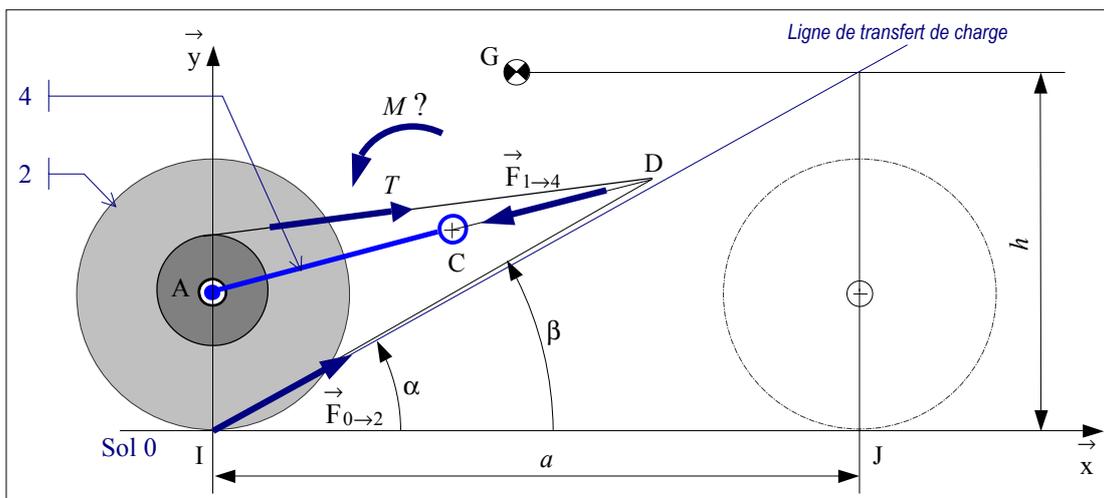


fig. 5- 3
Charges sur le sous-ensemble bras oscillant-roue

Alors :

- si la ligne de transfert de charge passe par le point D l'ensemble 2 ∪ 4 est en « équilibre » (instable !) et le moment M exercé par le combiné ressort-amortisseur est nul ;

- si la ligne de transfert de charge passe en dessous du point D l'ensemble 2 ∪ 4 n'est plus en équilibre, le moment exercé par $\vec{F}_{0 \rightarrow 2}$ en D est > 0 et le moment M exercé par le combiné ressort-amortisseur doit être négatif pour assurer l'équilibre de 2 ∪ 4 ; le ressort est détendu et la suspension arrière remonte ; finalement $\alpha < \beta$;
- si la ligne de transfert de charge passe au dessus du point D l'ensemble 2 ∪ 4 n'est plus en équilibre et le moment M exercé par le combiné ressort-amortisseur doit être positif ; le ressort est comprimé et la suspension arrière descend ; finalement $\alpha > \beta$.

5.2.3. Solution analytique

Les paramètres nécessaires sont définis sur les *fig. 5- 4* et *fig. 5- 5*

Isolement du bras 4 et de la roue motrice 2

L'équation des moments par rapport à l'axe $C; \vec{z}$ (pour faire « disparaître » l'action en C de 1 sur le bras 4) donne :

$$\underbrace{\vec{M}_C\{5 \rightarrow 4\}}_{=M} \vec{z} + \underbrace{\vec{M}_C\{1 \rightarrow 4\}}_{=0} \vec{z} + \vec{M}_C\{0 \rightarrow 2\} \vec{z} + \vec{M}_C\{\text{chaîne} \rightarrow 2\} \vec{z} = 0 \text{ (voir fig. 5- 5)}$$

$$M + \left[\vec{CI} \wedge \left(m\gamma \vec{x} + m\gamma \frac{h}{a} \vec{y} \right) \right] \cdot \vec{z} + \left[\vec{CA} \wedge T \vec{u}(\varphi - \eta) \right] \cdot \vec{z} = 0$$

$$M + m\gamma \vec{CI} \cdot \left(\vec{x} \wedge \vec{z} \right) + m\gamma \frac{h}{a} \vec{CI} \cdot \left(\vec{y} \wedge \vec{z} \right) + T \vec{CA} \cdot \left(\vec{u}(\varphi - \eta) \wedge \vec{z} \right) = 0$$

$$M - m\gamma \vec{CI} \cdot \vec{y} + m\gamma \frac{h}{a} \vec{CI} \cdot \vec{x} - T \vec{CA} \cdot \vec{u}(\varphi - \eta + \frac{\pi}{2}) = 0$$

$$M + m\gamma(R + L \sin \varphi) - m\gamma \frac{h}{a} L \cos \varphi - T[r - L \sin(\varphi - \eta)] = 0$$

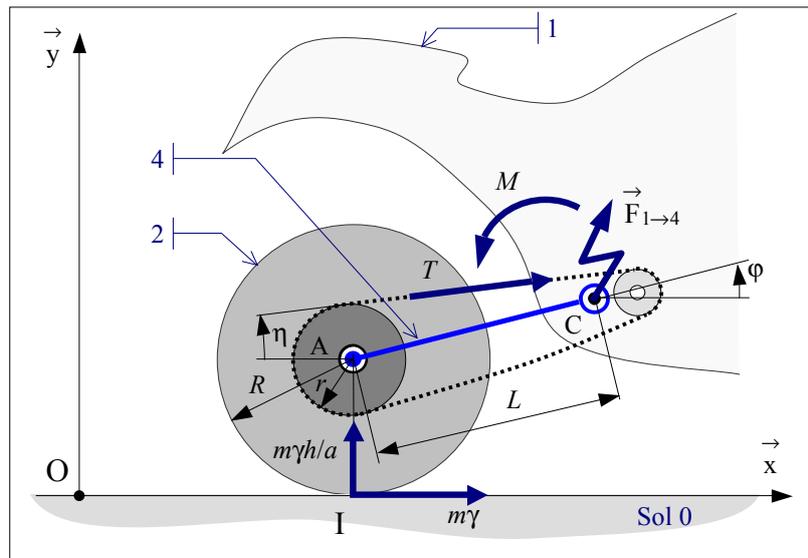


fig. 5- 4
Charges sur le sous-ensemble bras 4 et roue 2

Isolement de la roue 2

Pour faire apparaître la relation entre T la tension dans le lien flexible et l'accélération γ de la moto il faut écrire

l'équation des moments par rapport à l'axe $A; \vec{z}$ relativement à la roue motrice, ce qui donne :

$$T = m\gamma \frac{R}{r}$$

Conclusion

Ce dernier résultat reporté dans l'équation précédente permet d'obtenir le moment M par rapport à C ; \vec{z} exercé par l'ensemble ressort - amortisseur sur le bras.

$$M = m\gamma \frac{h}{a} L \cos \varphi - m\gamma L \sin \varphi - m\gamma \frac{R}{r} L \sin(\varphi - \eta)$$

En phase d'accélération si :

- $M < 0$, l'ensemble ressort-amortisseur est tendu donc la partie arrière remonte !!
- $M > 0$, l'ensemble ressort-amortisseur est comprimé donc la partie arrière s'affaisse !!

Le signe de M peut être trouvé à partir du rapport : $R = \frac{m\gamma \frac{h}{a} L \cos \varphi}{m\gamma \left[\frac{R}{r} L \sin(\varphi - \eta) + L \sin \varphi \right]}$

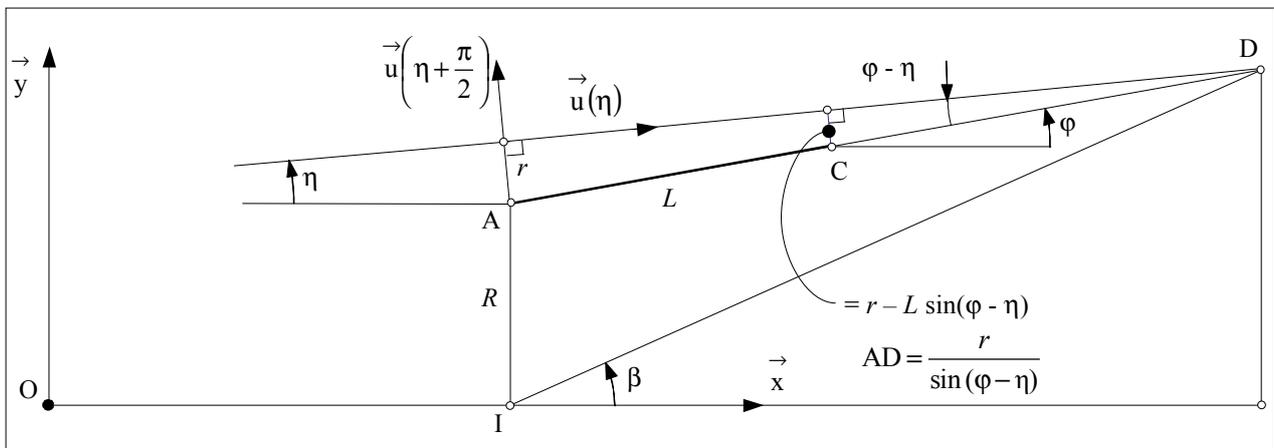


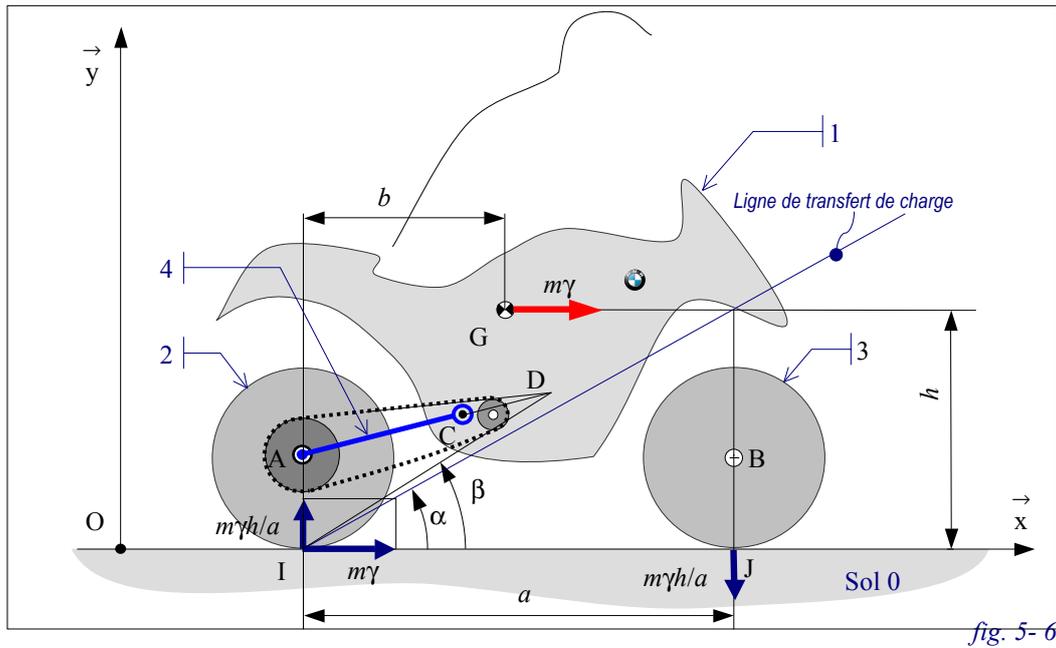
fig. 5- 5

Géométrie de la liaison sol-arrière avec une transmission finale par chaîne ou courroie

$$R = \frac{\frac{h}{a}}{\frac{\frac{R}{r} \sin(\varphi - \eta) + \sin \varphi}{\cos \varphi}} = \frac{\frac{h}{a}}{\frac{R \sin(\varphi - \eta) + r \sin \varphi}{r \cos \varphi}} = \frac{\frac{h}{a}}{\frac{R + \frac{r \sin \varphi}{\sin(\varphi - \eta)}}{\frac{r \cos \varphi}{\sin(\varphi - \eta)}}} = \frac{\tan \alpha}{\tan \beta} \quad (\text{voir fig. 5- 5})$$

Alors si :

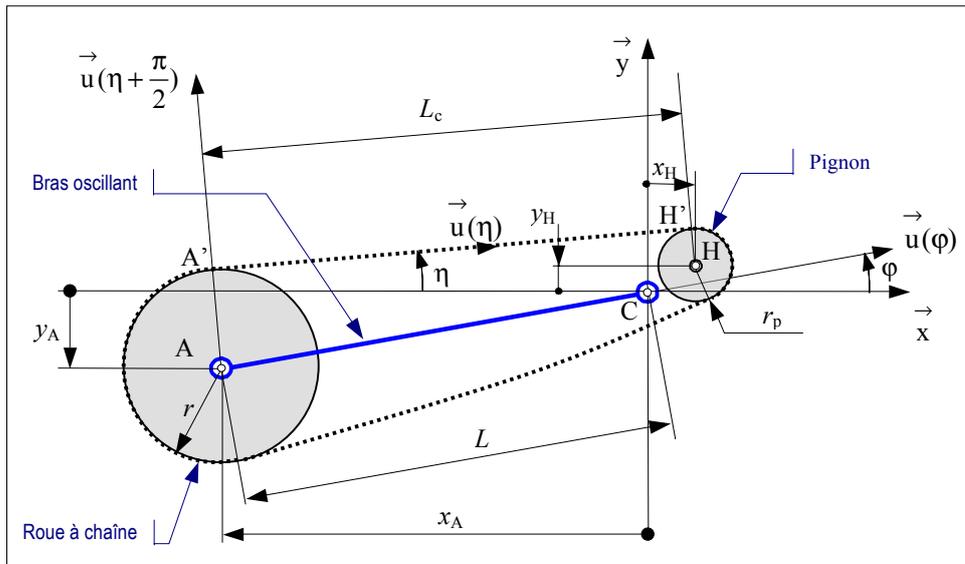
- $R > 1$ ($\alpha > \beta$), alors l'ensemble ressort - amortisseur est comprimé donc l'arrière de la moto descend (fig. 5- 6);
- $R < 1$ ($\alpha < \beta$), alors l'ensemble ressort - amortisseur est tendu donc l'arrière de la moto remonte (fig. 5- 6).



5.2.4. Evolution du rapport **R** en fonction du déplacement de la roue

Au cours du mouvement de la roue et du bras oscillant le point D change de position dans le cadre 1 de la moto.

Pour étudier les variations du rapport **R** défini précédemment il convient de connaître la géométrie de la suspension et en particulier l'angle η .



A partir de l'équation vectorielle :

$$\begin{aligned} \vec{AA'} + \vec{A'H'} + \vec{H'H} + \vec{HC} + \vec{CA} &= \vec{0} \\ \vec{r} \cdot \vec{u}(\eta + \frac{\pi}{2}) + L_C \vec{u}(\eta) - r_p \vec{u}(\eta + \frac{\pi}{2}) - (x_A + x_H) \vec{x} - (y_A + y_H) \vec{y} &= \vec{0} \end{aligned}$$

En projection sur $\vec{u}(\eta + \frac{\pi}{2})$ on trouve :

$$\begin{aligned} r - r_p - (x_A + x_H) \vec{x} \cdot \vec{u}(\eta + \frac{\pi}{2}) - (y_A + y_H) \vec{y} \cdot \vec{u}(\eta + \frac{\pi}{2}) &= 0 \\ r - r_p + (x_A + x_H) \sin \eta - (y_A + y_H) \cos \eta &= 0 \end{aligned}$$

En posant $\tan \frac{\eta}{2} = t$ on obtient :

$$\begin{aligned} r - r_p + (x_A + x_H) \frac{2t}{1+t^2} - (y_A + y_H) \frac{1-t^2}{1+t^2} &= 0 \\ (1+t^2)(r - r_p) + 2t(x_A + x_H) - (1-t^2)(y_A + y_H) &= 0 \\ t^2[(r - r_p) + (y_A + y_H)] + 2t(x_A + x_H) + [(r - r_p) - (y_A + y_H)] &= 0 \\ t = \frac{-2(x_A + x_H) \pm \left(4(x_A + x_H)^2 - 4[(r - r_p) + (y_A + y_H)][(r - r_p) - (y_A + y_H)]\right)^{1/2}}{2[(r - r_p) + (y_A + y_H)]} \\ t = \frac{-(x_A + x_H) \pm \left((x_A + x_H)^2 - [(r - r_p)^2 - (y_A + y_H)^2]\right)^{1/2}}{[(r - r_p) + (y_A + y_H)]} \end{aligned}$$

Finalement

$$\eta = 2 \arctan \left[\frac{-(x_A + x_H) \pm \left((x_A + x_H)^2 - [(r - r_p)^2 - (y_A + y_H)^2]\right)^{1/2}}{[(r - r_p) + (y_A + y_H)]} \right]$$

avec $x_A = L \cos \varphi$ et $y_A = -L \sin \varphi$

Exemple numérique

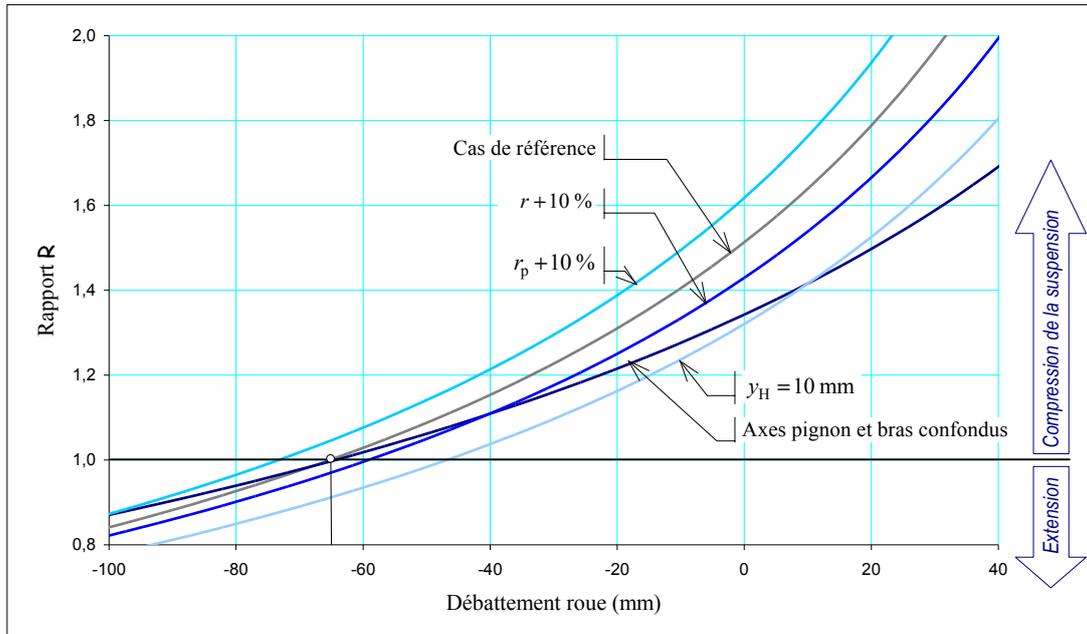
Soit une moto considérée comme référence et dont les paramètres sont les suivants :

Empattement de la moto	$a = 1370$ mm
Hauteur du centre de gravité	$h = 600$ mm
Rayon de la roue arrière	$R = 317$ mm
Rayon de la roue à chaîne	$r = 112$ mm
Rayon du pignon à chaîne	$r_p = 44$ mm
Coordonnées du centre du pignon	$\left\{ \begin{array}{l} x_H = 75 \text{ mm} \\ y_H = 0 \end{array} \right.$
Longueur du bras oscillant	$L = 590$ mm
Position initiale du bras oscillant	$y_A = -100$ mm

La *fig. 5-8* montre l'évolution du rapport \mathbf{R} pour le cas référence ci-dessus et pour les cas suivants :

- Axe du pignon et axe du bras confondus
- Abscisse de l'axe du pignon $y_H = 10$ mm

- Rayon de la roue à chaîne augmenté de 10 %



- Rayon du pignon à chaîne augmenté de 10 %

fig. 5- 8
Variations du rapport **R** en fonction du déplacement vertical de l'axe de la roue

Remarque :

La fig. 5- 7 permet la détermination de l'entraxe roue-pignon

$$\vec{AH} = \vec{AC} + \vec{CH}$$

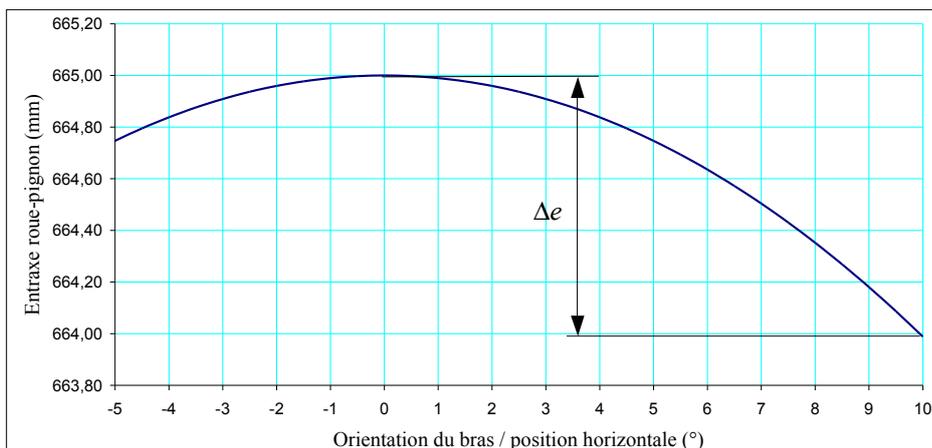
$$\left(\vec{AH} \right)^2 = \left(\vec{AC} \right)^2 + \left(\vec{CH} \right)^2 + 2\vec{AC} \cdot \vec{CH}, \text{ si on pose } \vec{AH} = e \frac{\vec{AH}}{\|\vec{AH}\|}$$

alors
$$e^2 = L^2 + (x_H)^2 + (y_H)^2 + 2L u(\varphi) \left(x_H \vec{x} + y_H \vec{y} \right)$$

$$e = \sqrt{L^2 + (x_H)^2 + (y_H)^2 + 2L(x_H \cos \varphi + y_H \sin \varphi)}$$

Cette relation permet de calculer l'entraxe de la roue et du pignon lors de l'évolution du bras et selon l'implantation de l'axe du pignon dans le cadre (fig. 5- 9).

L'entraxe e est maximum (665 mm) pour $\varphi = 0^\circ$ et sa valeur minimale est de 663,99 mm soit une variation $\Delta e = 1,01\text{mm}$ pour une amplitude d'orientation du bras oscillant de 10° .



5.3. Cas de la suspension de type « Monolever »

5.3.1. Schéma cinématique

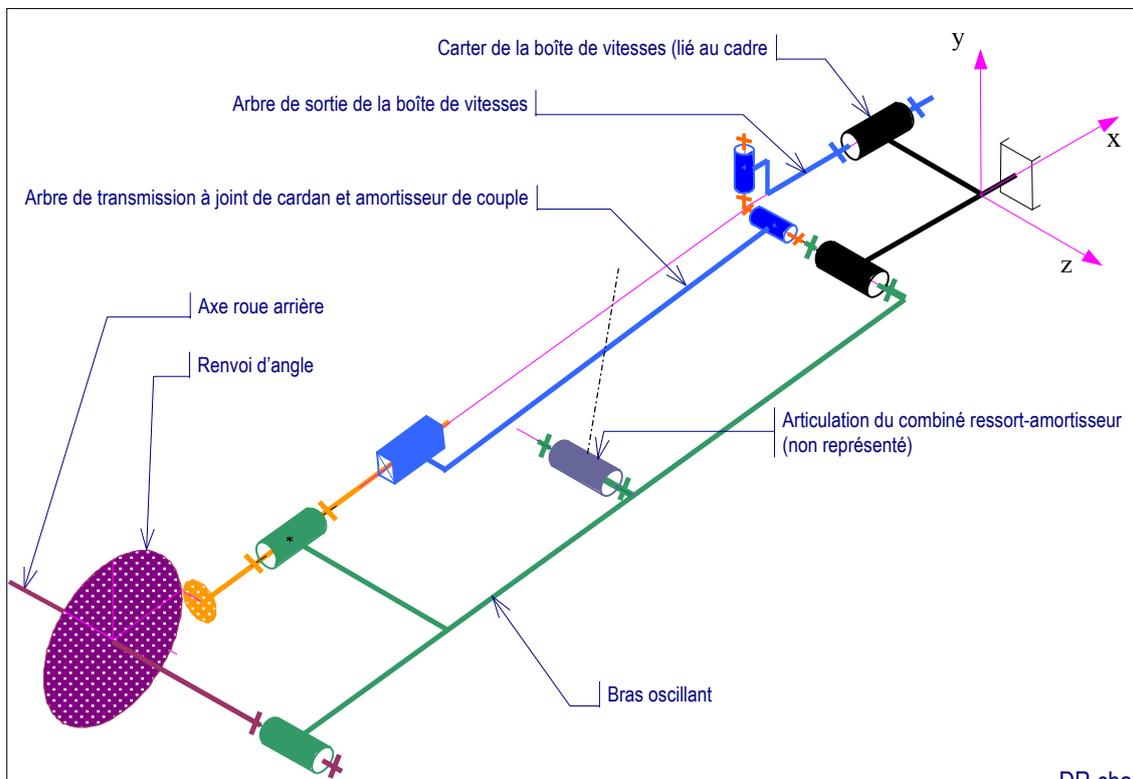
Le custom R1200C qui est une application du « Monolever » à bras rallongé (fig. 5-10) n'est plus commercialisé. Les suspensions de type « Monolever » n'équipent plus aucune moto de la gamme BMW depuis 2007. D'autres marques utilisent un simple bras oscillant et une transmission finale acaténe.



fig. 5-9
Evolution de l'embraxe roue-pignon en fonction de l'orientation du bras oscillant

fig. 5-10
Suspension « monolever » de la BMW R1200C « Montauk » (source : doc BMW)

La liaison sol-arrière de cette moto est schématisée fig. 5-11.



5.3.2. Analyse graphique

La position initiale de la moto est toujours la position d'équilibre statique.

Comme pour la transmission par chaîne ou par courroie l'action du sol sur la roue en phase d'accélération

$\vec{F}_{0 \rightarrow 2} = m\gamma \vec{x} + m\gamma \frac{h}{a} \vec{y}$ est toujours colinéaire à la ligne de transfert de charge *fig. 5- 12* et *fig. 5- 13*.

Le moment du couple de la boîte de vitesses sur l'arbre de transmission à cardans est parallèle au plan $O; \vec{x}, \vec{y}$ et n'apparaîtra pas dans le raisonnement suivant relatif aux équilibres dans ce plan.

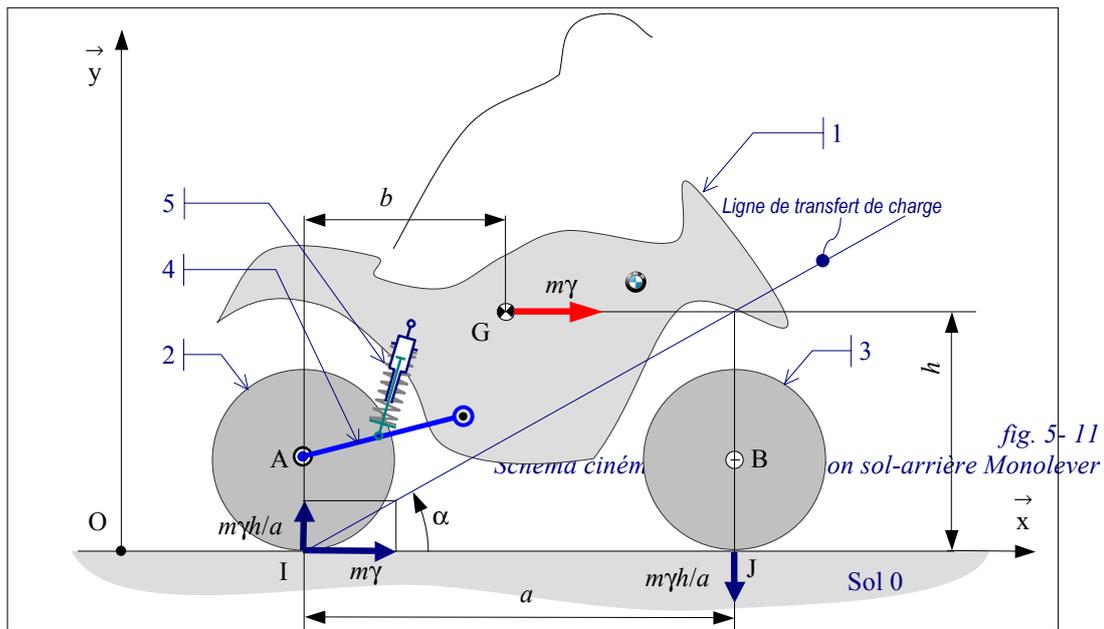
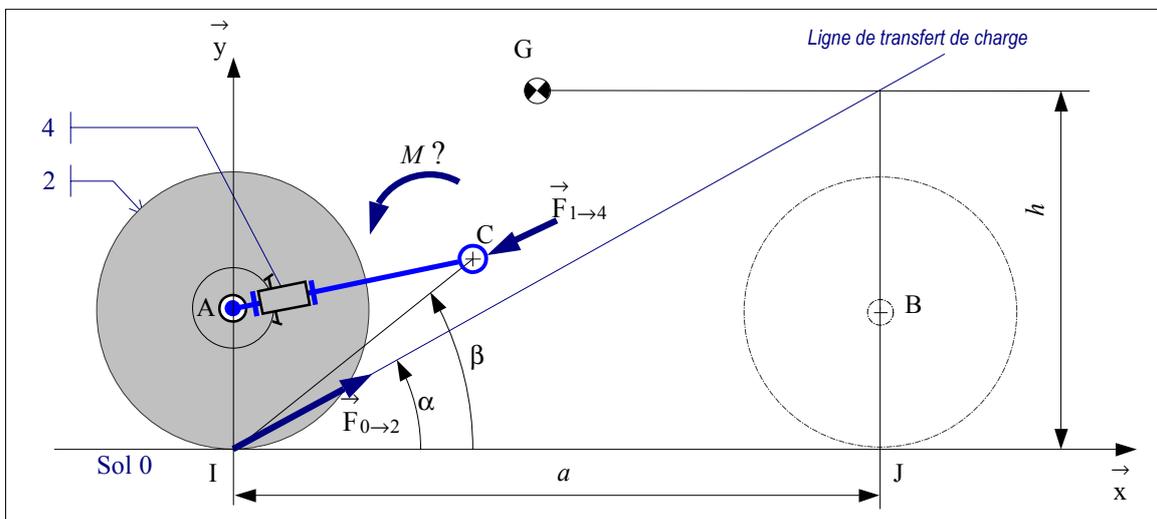


fig. 5- 11
Mon sol-arrière Monolever

fig. 5- 12
*Modèle d'une transmission finale acatène :
Actions dynamiques extérieures sur l'ensemble de la moto*



En l'absence du combiné ressort-amortisseur l'isolement du bras 4, de la roue arrière 2 et du renvoi d'angle montre que cet ensemble est en équilibre si $\vec{F}_{1 \rightarrow 4} + \vec{F}_{0 \rightarrow 2} = \vec{0}$ (efforts portés par IC défini par β). Alors :

- si la ligne de transfert de charge passe en dessous du point C le moment exercé par $\vec{F}_{0 \rightarrow 2}$ en C est >0 et le moment M exercé par le combiné ressort-amortisseur doit être négatif pour assurer l'équilibre de $2 \cup 4 \cup \text{pignon} \cup \text{roue}$; le ressort est détendu et la suspension arrière remonte ; finalement $\alpha < \beta$.
- si la ligne de transfert de charge passe au dessus du point C le moment M exercé par le combiné ressort-amortisseur doit être positif ; le ressort est comprimé et la suspension arrière descend ; finalement $\alpha > \beta$

5.3.3. Solution analytique

*fig. 5- 13
Géométrie de la liaison sol-arrière avec une transmission finale acatène*

Isolement du sous-ensemble de type Monolever

Pour le système « Monolever » l'équation des moments par rapport à l'axe $C; \vec{z}$ relativement à l'ensemble roue motrice 2 et bras 4 conduit à l'équation (si on note toujours M le moment du couple exercé par le combiné ressort-amortisseur 5 sur le bras oscillant 4 par rapport à l'axe $C; \vec{z}$) (fig. 5- 15):

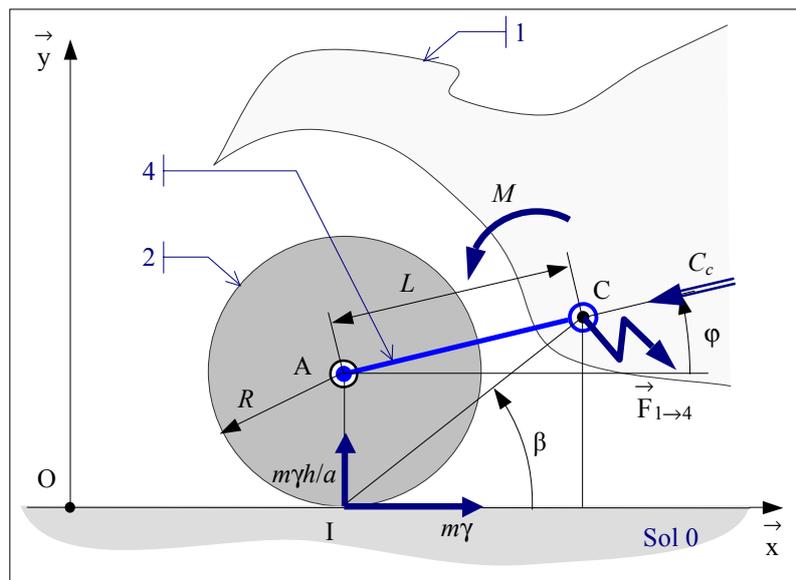
$$\underbrace{\vec{M}_C\{5 \rightarrow 4\}}_{=M} \vec{z} + \underbrace{\vec{M}_C\{1 \rightarrow 4\}}_{=0} \vec{z} + \underbrace{\vec{M}_C\{0 \rightarrow 2\}}_{=0} \vec{z} + \underbrace{\vec{M}_C\{8 \rightarrow \text{pignon}\}}_{=0} \vec{z} = 0$$

$$M + \left[\vec{CI} \wedge \left(m\gamma \vec{x} + m\gamma \frac{h}{a} \vec{y} \right) \right] \vec{z} = 0$$

$$M + m\gamma \vec{CI} \left[\underbrace{\vec{x} \wedge \vec{z}}_{=-\vec{y}} \right] + m\gamma \frac{h}{a} \vec{CI} \left[\underbrace{\vec{y} \wedge \vec{z}}_{=\vec{x}} \right] = 0 \text{ avec } \vec{CI} = -L \cos \varphi \vec{x} - (R + L \sin \varphi) \vec{y}$$

$$M + m\gamma(R + L \sin \varphi) - m\gamma \frac{h}{a} L \cos \varphi = 0 \text{ soit :}$$

$$M = m\gamma \frac{h}{a} L \cos \varphi - m\gamma(R + L \sin \varphi).$$



Conclusion

Le comportement de la partie arrière de la moto peut alors s'exprimer par le rapport *fig. 5- 14* :

$$R = \frac{m\gamma \frac{h}{a} L \cos\varphi}{m\gamma(R + L \sin\varphi)} = \frac{\frac{h}{a}}{(R + L \sin\varphi)} = \frac{\tan\alpha}{\tan\beta}$$

- si $R > 1$ ($\alpha > \beta$), alors l'ensemble ressort - amortisseur est comprimé donc l'arrière de la moto descend ;
- si $R < 1$ ($\alpha < \beta$), alors l'ensemble ressort - amortisseur est tendu donc l'arrière de la moto remonte.

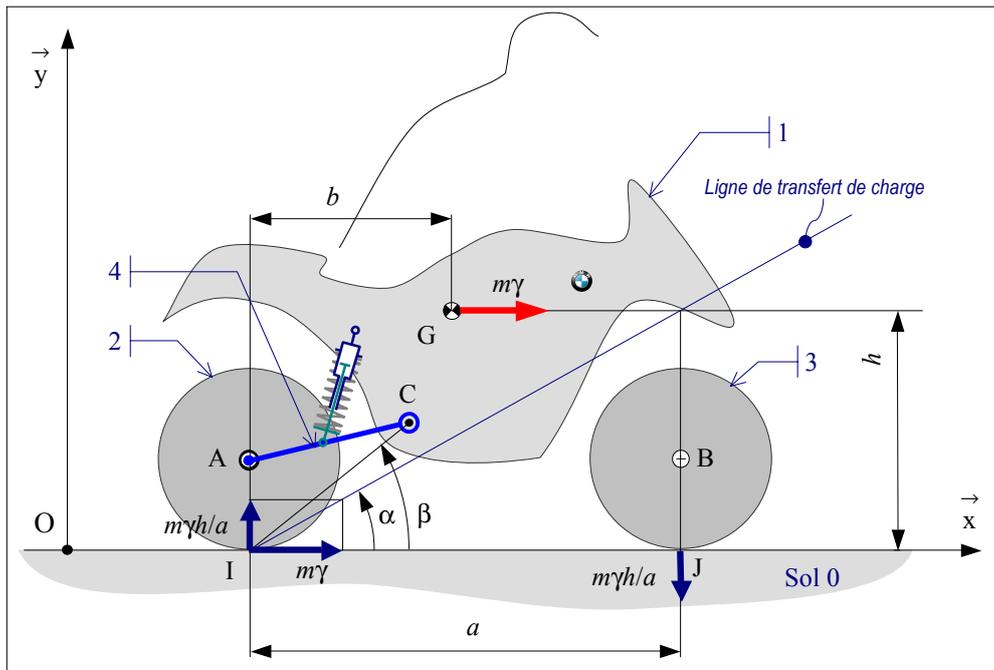


fig. 5- 15

5.3.4. Evolution du rapport R en fonction du déplacement de la roue

Exemple numérique

Soit une moto considérée comme référence et dont les paramètres sont les suivants :

Empattement de la moto	$a = 1535 \text{ mm}$
Hauteur du centre de gravité	$h = 580 \text{ mm}$
Rayon de la roue arrière	$R = 320 \text{ mm}$
Longueur du bras oscillant	$L = 600 \text{ mm}$
Position initiale du bras oscillant	$y_A = -100 \text{ mm}$

La *fig. 5- 16* montre l'évolution du rapport R dans le cas de la moto ci-dessus et l'incidence sur ce rapport de la variation de h , L et R .

Il est intéressant de noter que pour les paramètres habituels d'une moto le combiné ressort-amortisseur est toujours tendu et que par conséquent l'arrière de la moto remonte en phase d'accélération.

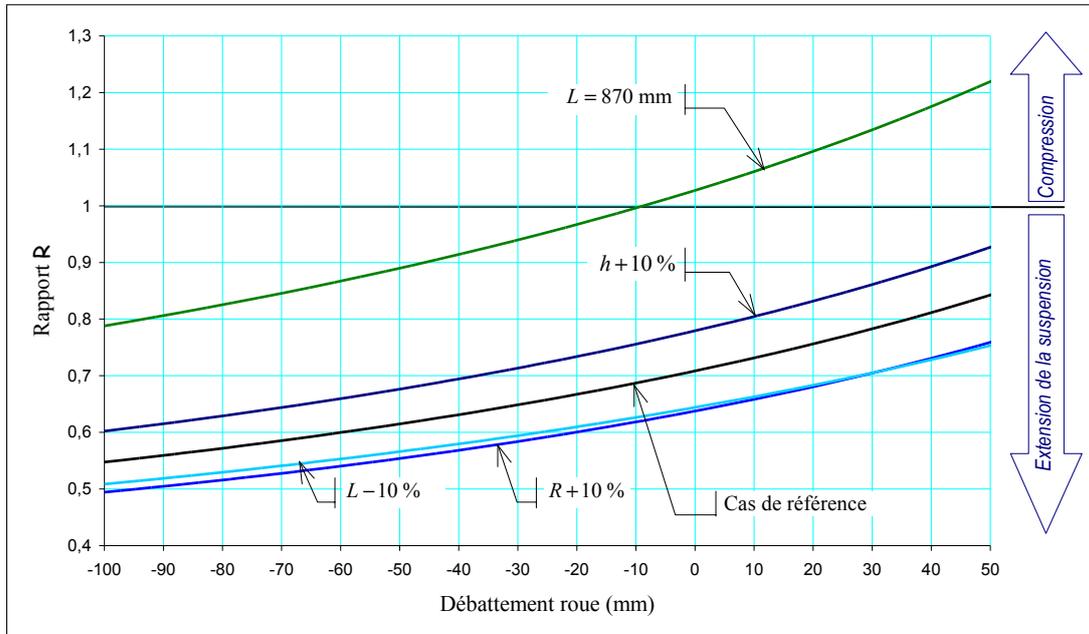


fig. 5- 16

Variations du rapport R en fonction du déplacement vertical de l'axe de la roue (type monolever)

5.4. Cas de la suspension Paralever (troisième génération)

La suspension Paralever de troisième génération est représentée fig. 5- 17 .

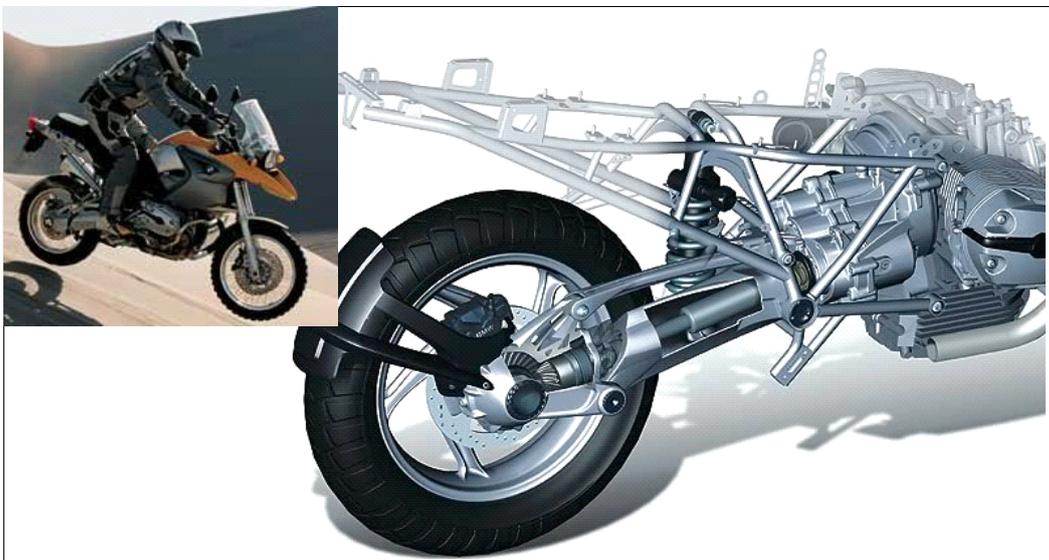


fig. 5- 17

Suspension « Paralever » et transmission finale de la BMW R1200GS (doc. BMW)

5.4.1. Schéma cinématique de la suspension et transmission finale

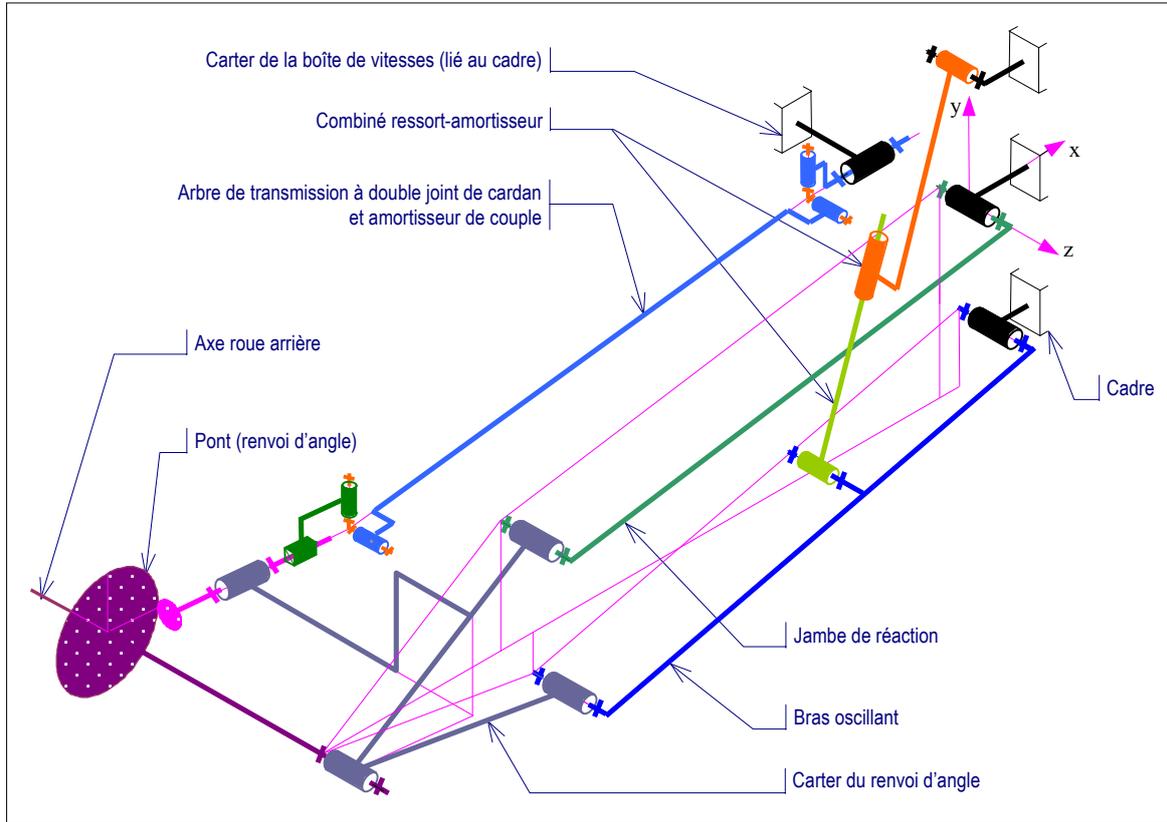


fig. 5- 18
Schéma cinématique de la liaison sol-arrière de la BMW R1200GS

5.4.2. Analyse graphique

L'action du sol 0 sur la roue 2 (fig. 5- 19) $\vec{F}_{0 \rightarrow 2} = m\gamma \vec{x} + m\gamma \frac{h}{a} \vec{y}$ est toujours colinéaire à la ligne de transfert de charge (fig. 5- 1920).

En l'absence du combiné ressort-amortisseur l'isolement du bras 4 puis de la jambe de réaction 7 montre que $\vec{F}_{1 \rightarrow 4}$ est portée par le bras oscillant et que $\vec{F}_{1 \rightarrow 7}$ est dirigée selon NF. Les droites qui portent le bras 4 et la jambe de réaction 6 se coupent en D (fig. 5- 20).

Alors :

- si la ligne de transfert de charge passe par le point D l'ensemble $2 \cup 4 \cup 6 \cup 7$ est en équilibre (instable !) et le moment M exercé par le combiné ressort-amortisseur est nul ;
- si la ligne de transfert de charge passe en dessous du point D l'ensemble $2 \cup 4 \cup 6 \cup 7$ n'est plus en équilibre, le moment exercé par $\vec{F}_{0 \rightarrow 2}$ en D est >0 et le moment M exercé par le combiné ressort-amortisseur doit être négatif pour assurer l'équilibre de $2 \cup 4 \cup 6 \cup 7$; le ressort se détend et la suspension arrière remonte ; finalement $\alpha < \beta$.
- si la ligne de transfert de charge passe au dessus du point D l'ensemble $2 \cup 4 \cup 6 \cup 7$ n'est plus en équilibre et le moment M exercé par le combiné ressort-amortisseur doit être positif ; le ressort est comprimé et la suspension arrière descend ; finalement $\alpha > \beta$.

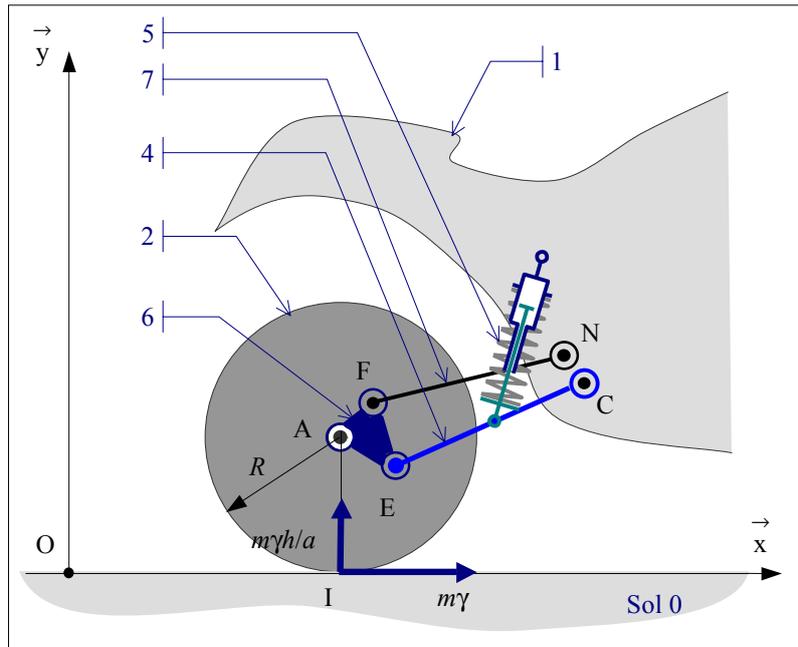


fig. 5-19

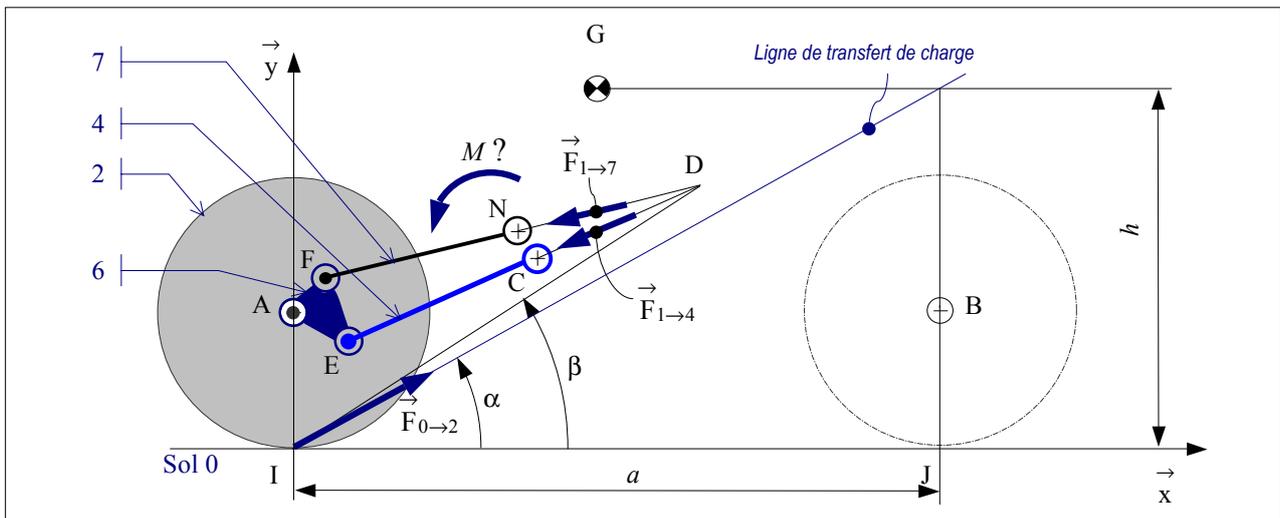


fig. 5-20

5.4.3. Solution analytique

Isolement des sous-ensembles roue 2 et pont 5 (renvoi d'angle)

Comme le montre le graphe de structure *fig. 5-21* la jambe dite de réaction 7 est soumise à deux « forces » égales et opposées.

On note Q l'action du cadre 1 sur la jambe de réaction 7 donc de 7 sur le carter du pont 6 (voir hypothèses).

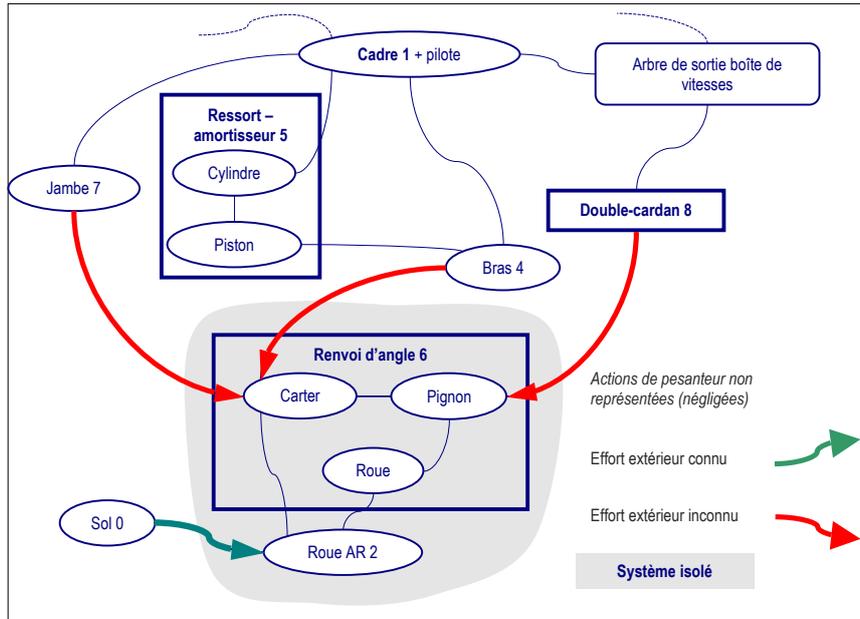


fig. 5- 21
Isolement des s-e roue 2 et du pont 5

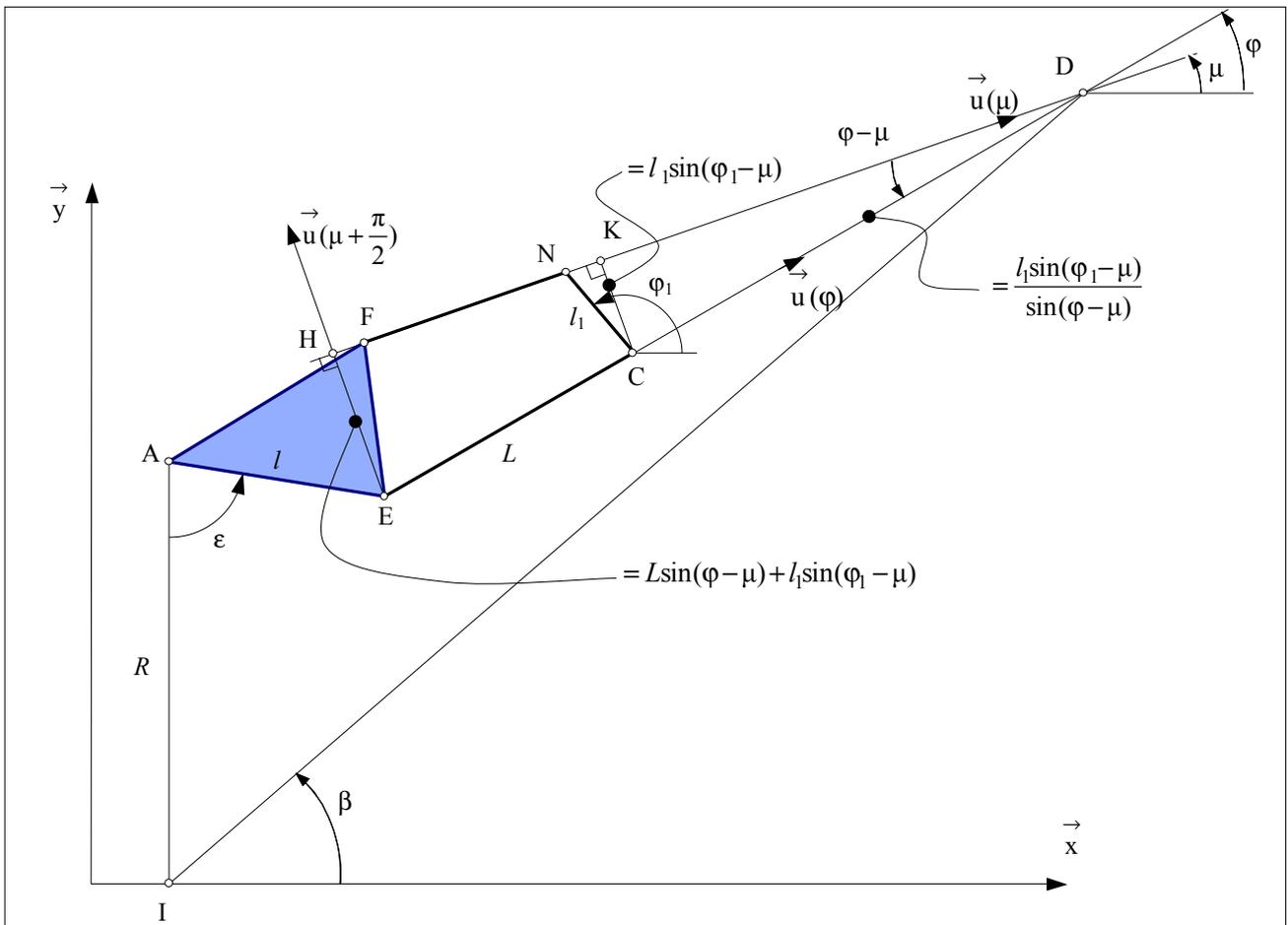


fig. 5- 22
Paramètres géométriques du Paralever

L'équation des moments selon l'axe $E; \vec{z}$ relativement au sous-ensemble roue 2 et au renvoi d'angle 6 donne (voir *fig. 5-21* et *fig. 5-23*) :

$$\underbrace{\vec{M}_E\{4 \rightarrow 6\}}_{=0} \vec{z} + \vec{M}_E\{7 \rightarrow 6\} \vec{z} + \vec{M}_C\{0 \rightarrow 2\} \vec{z} + \underbrace{\vec{M}_C\{8 \rightarrow \text{pignon}\}}_{=0} \vec{z} = 0$$

$$\left(\vec{E}F \wedge Q \vec{u}(\mu) \right) \vec{z} + \left[EI \wedge \left(m\gamma \vec{x} + m\gamma \frac{h}{a} \vec{y} \right) \right] \vec{z} = 0$$

$$Q \vec{E}F \underbrace{\left(\vec{u}(\mu) \wedge \vec{z} \right)}_{=-\vec{u}(\mu + \frac{\pi}{2})} + m\gamma EI \underbrace{\left(\vec{x} \wedge \vec{z} \right)}_{=-\vec{y}} + m\gamma \frac{h}{a} EI \underbrace{\left(\vec{y} \wedge \vec{z} \right)}_{=\vec{x}} = 0$$

$$Q[L \sin(\varphi - \mu) + l_1 \sin(\varphi_1 - \mu)] + m\gamma(R - l \cos \varepsilon) - \frac{m\gamma h}{a} l \sin \varepsilon = 0$$

d'où

$$Q = \frac{\frac{m\gamma h}{a} l \sin \varepsilon - m\gamma(R - l \cos \varepsilon)}{L \sin(\varphi - \mu) + l_1 \sin(\varphi_1 - \mu)}$$

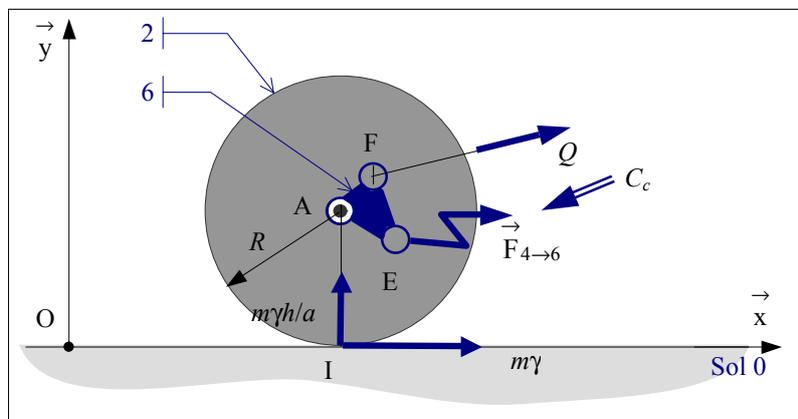


fig. 5-23

Isolement du sous-ensemble roue 2, bras oscillant 4, pont 6 (renvoi d'angle), jambe de réaction 7

L'équation des moments par rapport à l'axe $C; \vec{z}$ relativement au système « Paralever » complet ($2 \cup 4 \cup 6 \cup 7$) s'écrit (si on note M le moment du couple exercé par le combiné ressort-amortisseur 5 sur le bras oscillant 4 par rapport à l'axe $C; \vec{z}$) (voir *fig. 5-22*, *fig. 5-24* et *fig. 5-25*) :

$$\underbrace{\vec{M}_C\{5 \rightarrow 4\}}_{=M} \vec{z} + \underbrace{\vec{M}_C\{1 \rightarrow 4\}}_{=0} \vec{z} + \vec{M}_C\{1 \rightarrow 7\} \vec{z} + \vec{M}_C\{0 \rightarrow 2\} \vec{z} + \underbrace{\vec{M}_C\{8 \rightarrow \text{pignon}\}}_{=0} \vec{z} = 0$$

$$M + \left(\vec{C}N \wedge Q \vec{u}(\mu) \right) \vec{z} + \left[\vec{C}I \wedge \left(m\gamma \vec{x} + m\gamma \frac{h}{a} \vec{y} \right) \right] \vec{z} = 0$$

$$M + Q \vec{C}N \underbrace{\left(\vec{u}(\mu) \wedge \vec{z} \right)}_{=-\vec{u}(\mu + \frac{\pi}{2})} + m\gamma \vec{C}I \underbrace{\left(\vec{x} \wedge \vec{z} \right)}_{=-\vec{y}} + m\gamma \frac{h}{a} \vec{C}I \underbrace{\left(\vec{y} \wedge \vec{z} \right)}_{=\vec{x}} = 0$$

$$M + Ql_1 \sin(\varphi_1 - \mu) + m\gamma(R - l \cos \varepsilon + L \sin \varphi) - \frac{m\gamma h}{a}(l \sin \varepsilon + L \cos \varphi) = 0$$

En injectant l'expression de Q dans cette dernière équation on obtient :

$$M = \frac{m\gamma h}{a} \left[\frac{l \sin \varepsilon L \sin(\varphi - \mu)}{L \sin(\varphi - \mu) + l_1 \sin(\varphi_1 - \mu)} + L \cos \varphi \right] - m\gamma \left[\frac{(R - l \cos \varepsilon) L \sin(\varphi - \mu)}{L \sin(\varphi - \mu) + l_1 \sin(\varphi_1 - \mu)} + L \sin \varphi \right]$$

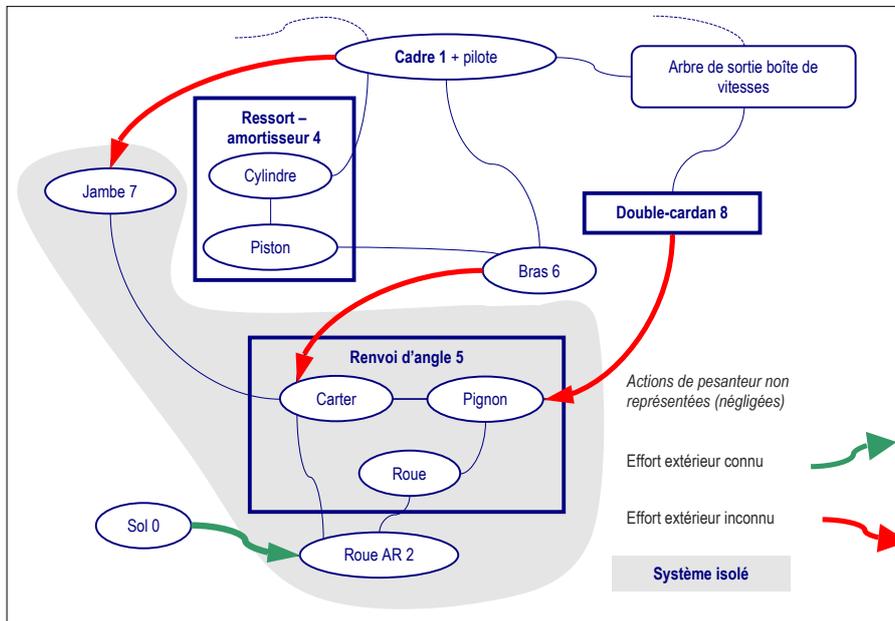


fig. 5- 24
Isolement des s-e roue 2, du pont 5 et de la jambe 7

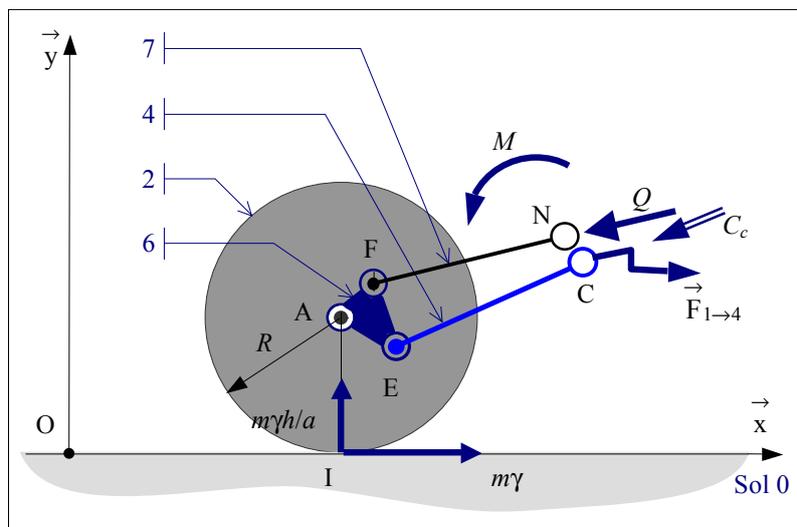


fig. 5- 25

Conclusion

Le signe du moment M du combiné ressort-amortisseur 4 sur le bras oscillant 6 peut être trouvé en formant le rapport :

$$R = \frac{\frac{h}{a} \left[\frac{l \sin \varepsilon L \sin(\varphi - \mu)}{L \sin(\varphi - \mu) + l_1 \sin(\varphi_1 - \mu)} + L \cos \varphi \right]}{\left[\frac{(R - l \cos \varepsilon) L \sin(\varphi - \mu)}{L \sin(\varphi - \mu) + l_1 \sin(\varphi_1 - \mu)} + L \sin \varphi \right]}$$

Ce qui donne après transformation :

$$R = \frac{\frac{h}{a}}{\frac{R - l \cos \varepsilon + L \sin \varphi + \frac{l_1 \sin \varphi \sin(\varphi_1 - \mu)}{\sin(\varphi - \mu)}}{\frac{l \sin \varepsilon + L \cos \varphi + \frac{l_1 \cos \varphi \sin(\varphi_1 - \mu)}{\sin(\varphi - \mu)}}} = \frac{\tan \alpha}{\tan \beta}$$

Comme dans les cas précédents :

- si $R > 1$ ($\alpha > \beta$), alors l'ensemble ressort - amortisseur est comprimé donc l'arrière de la moto descend (fig. 5-26) ;
- si $R < 1$ ($\alpha < \beta$), alors l'ensemble ressort - amortisseur est tendu donc l'arrière de la moto remonte (fig. 5-26).

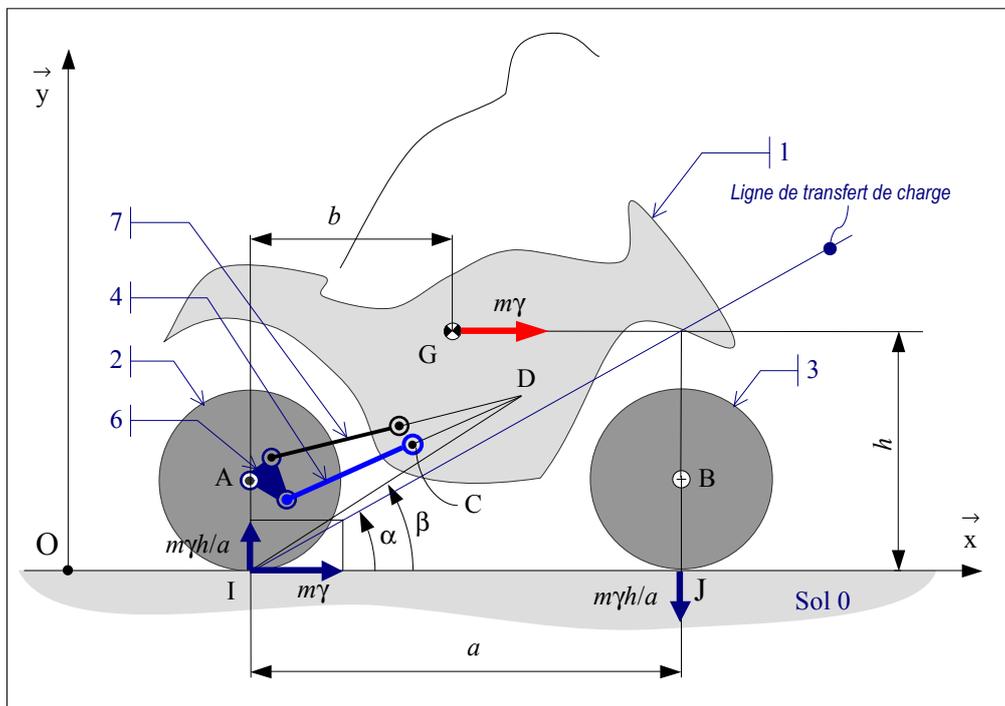


fig. 5-26

5.4.4. Evolution du rapport R en fonction du déplacement de la roue

Au cours du mouvement de la roue et du bras oscillant le point D change de position dans le cadre 1 de la moto.

Pour étudier les variations de R en fonction du déplacement du point A centre de la roue AR il faut déterminer les angles μ et ε en fonction de l'angle d'orientation du bras oscillant φ . Les longueurs des segments de la suspension sont connus ainsi que l'angle φ_1 fixé par la position des points C et N dans le cadre.

Pour simplifier les calculs nous rapporterons l'étude de la géométrie au repère $C; \vec{u}, \vec{v}$ fig. 5-27

Il est plus facile de diviser le quadrilatère CNFE en deux triangles NCE et EFN.

• Dans le triangle NCE on obtient l'équation vectorielle suivante :

$$\begin{aligned} \vec{NC} + \vec{CE} + \vec{EN} &= \vec{0} \\ -l_1 \vec{u} + L \vec{u}(\varphi_2) - s \vec{u}(\varphi_s) &= \vec{0} \end{aligned}$$

en projection sur \vec{u} et \vec{v} on obtient respectivement :

$$-l_1 + L \vec{u}(\varphi_2) \cdot \vec{u} - s \vec{u}(\varphi_s) \cdot \vec{u} = 0$$

et $L \vec{u}(\varphi_2) \cdot \vec{v} - s \vec{u}(\varphi_s) \cdot \vec{v} = 0$

soit : $-l_1 + L \cos \varphi_2 - s \cos \varphi_s = 0$

$$L \sin \varphi_2 - s \sin \varphi_s = 0$$

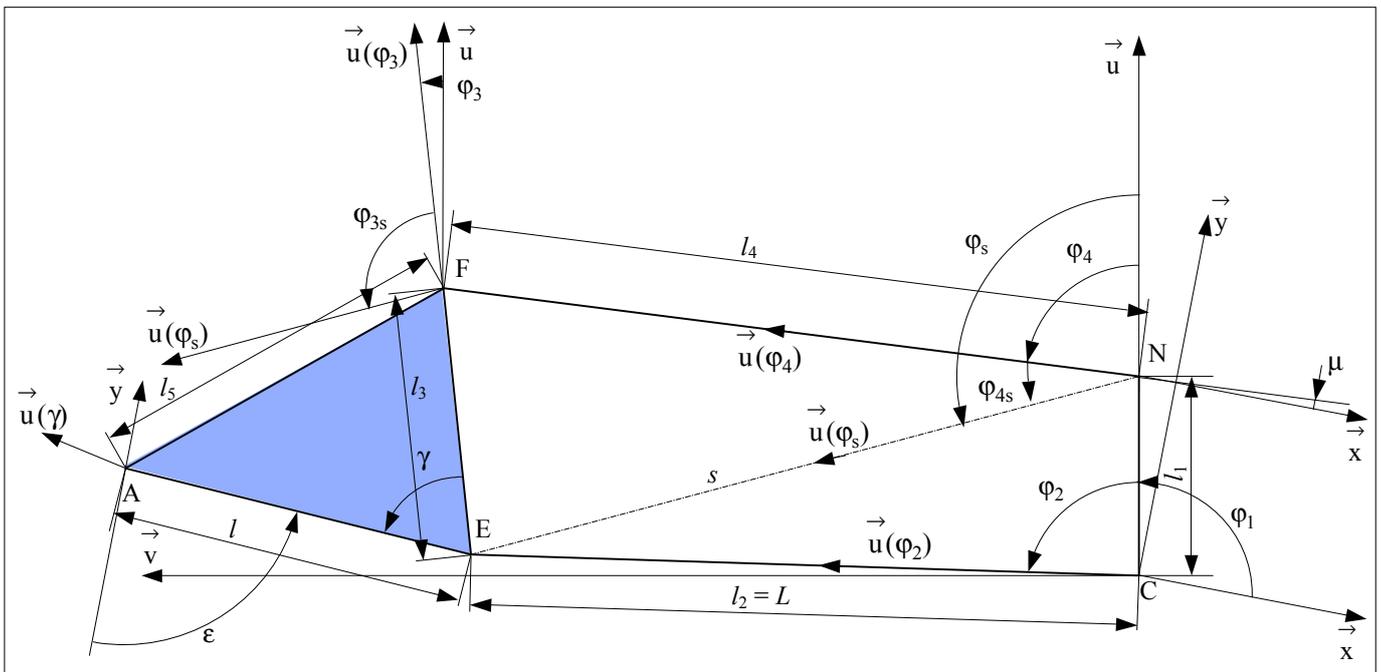


fig. 5-27
Paramètres du Paralever de 3^{ème} génération

De ces deux dernières équations on tire :

$$\begin{aligned} \tan \varphi_s &= \frac{L \sin \varphi_2}{L \cos \varphi_2 - l_1} \\ \varphi_s &= \arctan \frac{L \sin \varphi_2}{L \cos \varphi_2 - l_1} + k\pi \end{aligned}$$

et
$$s = \frac{L \sin \varphi_2}{\sin \varphi_s}$$

- Pour le triangle EFN on obtient l'équation vectorielle suivante :

$$\begin{aligned} \vec{EF} + \vec{FN} + \vec{NE} &= \vec{0} \\ l_3 \vec{u}(\varphi_3) - l_4 \vec{u}(\varphi_4) + s \vec{u}(\varphi_s) &= \vec{0} \\ l_3 \vec{u}(\varphi_3) &= l_4 \vec{u}(\varphi_4) - s \vec{u}(\varphi_s) \\ (l_3)^2 &= (l_4)^2 + s^2 - 2l_4s \vec{u}(\varphi_s) \cdot \vec{u}(\varphi_4) \\ (l_3)^2 &= (l_4)^2 + s^2 - 2l_4s \cos \varphi_{4s} \end{aligned}$$

donc
$$\varphi_{4s} = \pm \arccos \frac{(l_4)^2 + s^2 - (l_3)^2}{2l_4s} + 2k\pi$$

$$\varphi_s = \varphi_4 + \varphi_{4s}$$

$$\varphi_4 = \varphi_s - \varphi_{4s}$$

et
$$\mu = \varphi_1 + \varphi_4 - 180^\circ$$

$$\mu = \varphi_1 + \varphi_4 - \varphi_{4s} - 180^\circ$$

et aussi
$$l_4 \vec{u}(\varphi_4) = -l_3 \vec{u}(\varphi_3) - s \vec{u}(\varphi_s)$$

$$(l_4)^2 = (l_3)^2 + s^2 + 2l_3s \vec{u}(\varphi_s) \cdot \vec{u}(\varphi_3)$$

$$(l_4)^2 = (l_3)^2 + s^2 + 2l_3s \cos \varphi_{3s}$$

$$\varphi_{3s} = \pm \arccos \frac{(l_4)^2 - (l_3)^2 - s^2}{2l_3s} + 2k\pi$$

$$\varphi_s = \varphi_3 + \varphi_{3s}$$

$$\varphi_3 = \varphi_s - \varphi_{3s}$$

- Dans le triangle formé par les traces des axes du renvoi d'angle AFE

$$\begin{aligned} \vec{AF} &= \vec{AE} + \vec{EF} \\ \left(\vec{AF} \right)^2 &= \left(\vec{AE} \right)^2 + \left(\vec{EF} \right)^2 + 2\vec{AE} \cdot \vec{EF} \end{aligned}$$

$$(l_5)^2 = l^2 + (l_3)^2 - 2ll_3 \vec{u}(\gamma) \cdot \vec{u}(\varphi_3)$$

$$(l_5)^2 = l^2 + (l_3)^2 - 2ll_3 \cos \gamma$$

d'où
$$\gamma = \pm \arccos \frac{l^2 + (l_3)^2 - (l_5)^2}{2ll_3} + 2k\pi$$

et finalement
$$\varepsilon = \varphi_1 + \varphi_3 + \gamma - 90^\circ$$

$$\varepsilon = \varphi_1 + \varphi_s - \varphi_{3s} + \gamma - 90^\circ$$

En outre
$$\varphi_2 = 180^\circ + \varphi - \varphi_1$$

Application numérique :

Les dimensions de la moto de référence la BMW R1200 GS sont données ci-dessous

Dans le repère $C; \vec{x}, \vec{y}$

$$\vec{CN} = x_N \vec{x} + y_N \vec{y}$$

$$(l_1)^2 = (x_N)^2 + (y_N)^2 \text{ avec } x_N = -21\text{mm et } y_N = 103\text{mm}$$

alors $l_1 = \sqrt{21^2 + 103^2} = 105,12\text{mm}$ et $\varphi_1 = 90^\circ + \arctan \frac{x_N}{y_N} = 90^\circ + \arctan \frac{21}{103} = 101,52^\circ$

$R = 320,5\text{ mm}$

$L = 380\text{ mm}$

$l_1 = 105,12\text{ mm}$

$l_3 = 161\text{ mm}$

$l_4 = 380\text{ mm}$

$l_5 = 183\text{ mm}$

$L = 165\text{ mm}$

$\varphi_1 = 101,52^\circ$

$\gamma = 68,29^\circ$

$h = 577\text{ mm}$

$a = 1535\text{ mm}$

La *fig. 5- 28* regroupe les courbes d'évolution du rapport **R** en fonction du débattement du centre de la roue pour la moto de référence et lorsque les différentes valeurs des paramètres géométriques y_N, L, l_4 et h varient.

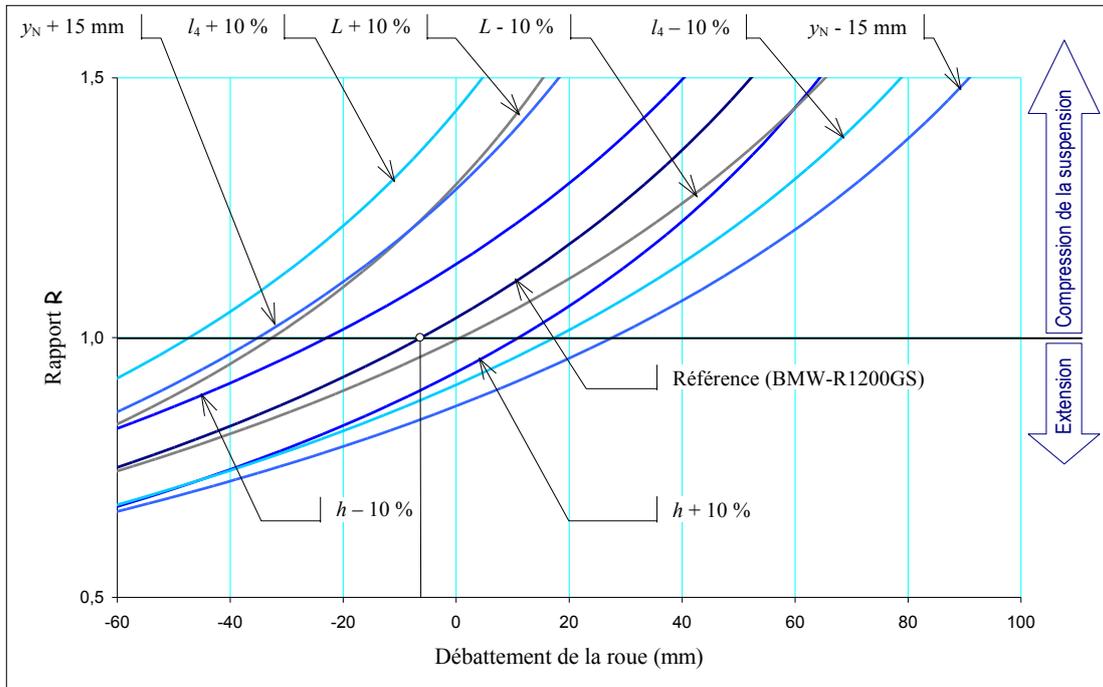


fig. 5- 28

*Variation du rapport **R** en fonction du débattement de la roue*

Remarque :

Un étude de la suspension Paralever de 2^{ème} génération *fig. 5- 29* conduit aux mêmes résultats.

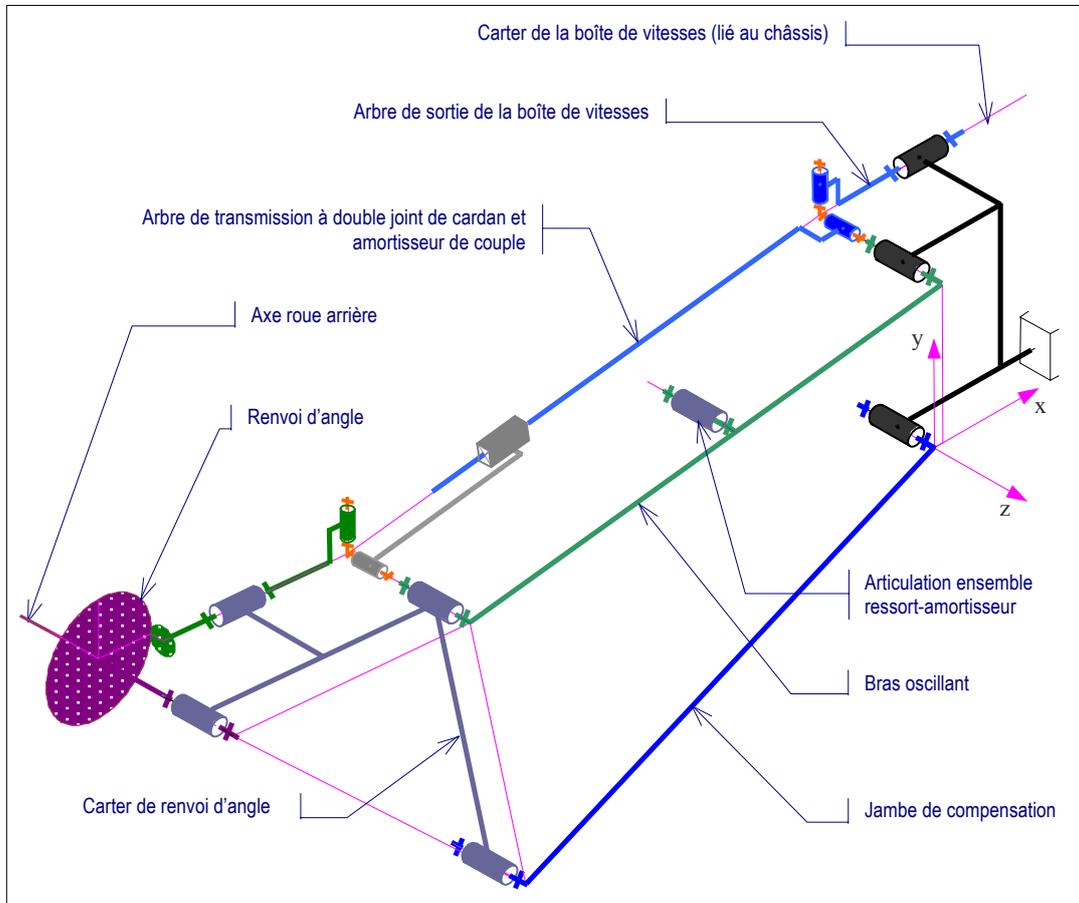


fig. 5- 29

Schéma de la liaison sol-arrière de la BMW R1150RS (Paralever de 2^{ème} génération, 1993-2004)