



# DARwIn-OP Education

## TP2 SII PTSI 1 CI7 Document professeur

### Centre d'intérêt N° 7 :

Proposer un modèle géométrique et cinématique des mouvements entre solides indéformables d'un système



#### Constitution de l'îlot

- Un robot DarwIn-OP instrumenté en état de fonctionnement ;
- Un ordinateur de pilotage et d'acquisition associé au robot DarwIn-OP ;
- Plusieurs postes de travail constitués chacun d'un ordinateur communiquant avec l'ordinateur de pilotage.

Vous trouverez dans ce document Professeur :

- La fiche étudiant ;
- Le déroulement des activités ;
- La fiche de formalisation ;
- La réponse technique ;
- La fiche d'auto-évaluation.



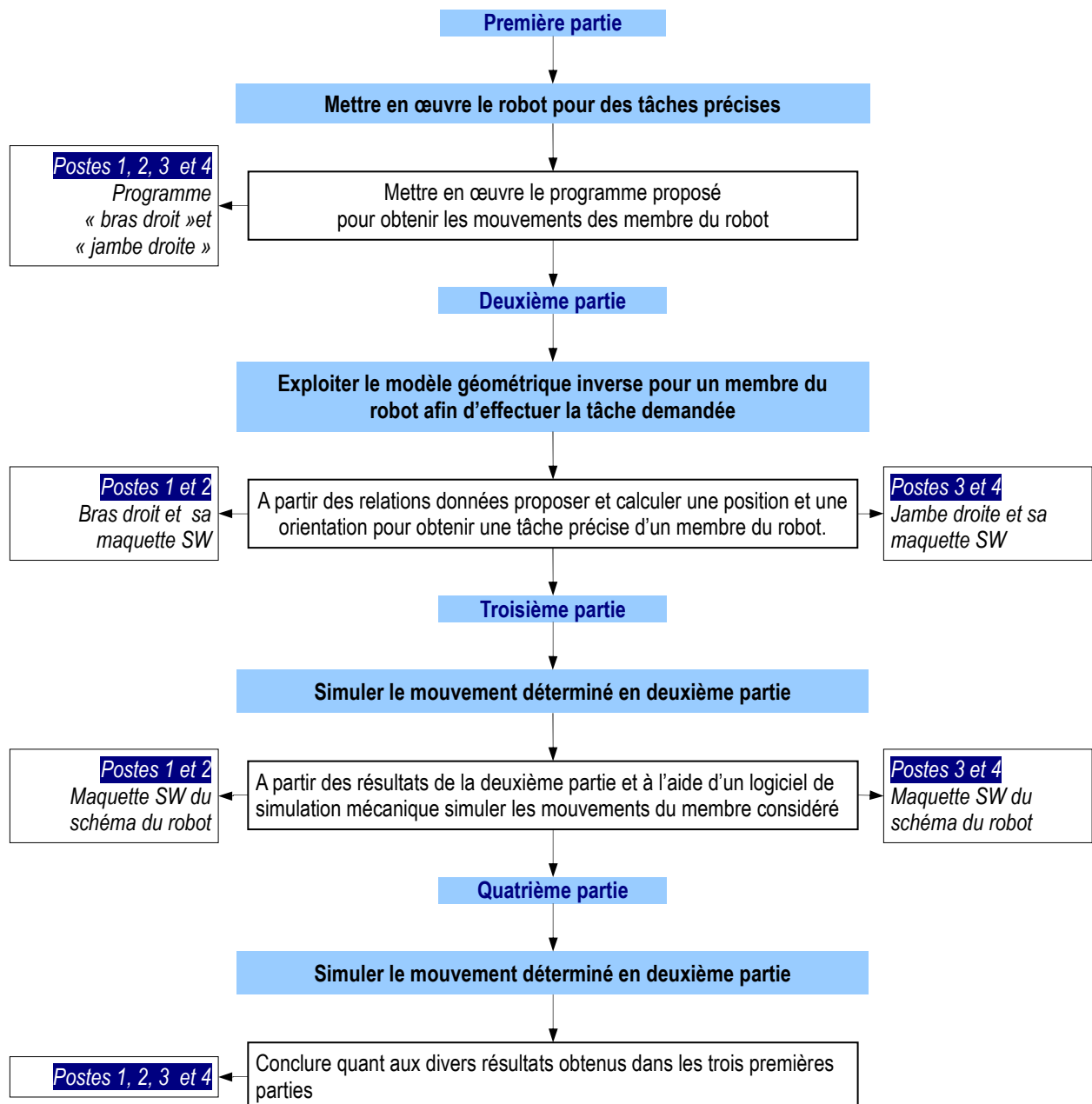
## FICHE ETUDIANT

### 1. La problématique posée à l'équipe

Fournir à l'analyste programmeur du bureau d'études (développeur de logiciels) les outils nécessaires à la commande d'un membre du robot DARwIn-OP, via les servomoteurs, afin d'effectuer la tâche demandée.

### 2. La description des activités pendant la séance

En présence du robot DARwIn-OP associé à un ordinateur connecté à Internet et implanté au sein d'un îlot.  
L'équipe travaillant sur l'îlot doit :





### L'équipe travaillant sur l'îlot doit rendre :

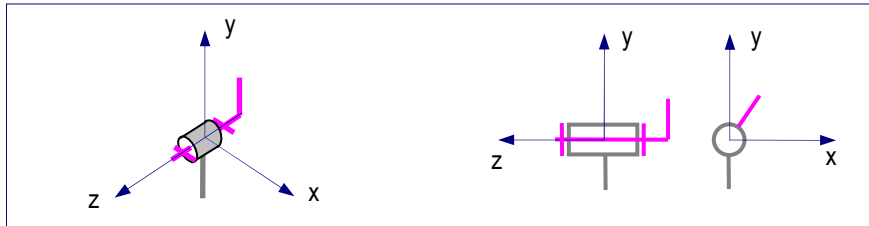
Un document technique (réponse technique) définissant la démarche à adopter afin d'obtenir le modèle géométrique du robot nécessaire au programmeur du bureau d'études.

### Chaque étudiant doit rédiger :

Une fiche de formalisation des connaissances et d'auto-évaluation.

## 3. Les prérequis

### ■ Schématisation d'une liaison pivot normalisée.

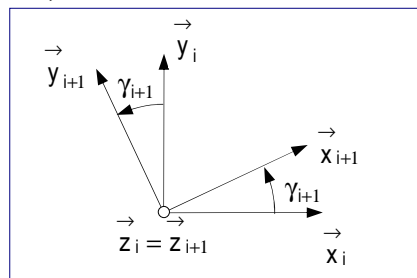


### ■ Paramétrage des solides et des liaisons dans le but d'élaborer un modèle géométrique ou cinématique.

Au solide  $S_{i+1}$  est associé le repère  $O_{i+1}; \vec{x}_{i+1}, \vec{y}_{i+1}, \vec{z}_{i+1}$  et au solide  $S_i$  le repère  $O_i; \vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_i$ .

Dans le plan la base  $B_{i+1}$  associée au solide  $S_{i+1}$  se déduit de la base  $B_i$  associée au solide  $S_i$  par une rotation

$$\gamma_{i+1} = \left( \begin{matrix} \vec{x}_i & \vec{x}_{i+1} \end{matrix} \right) = \left( \begin{matrix} \vec{y}_i & \vec{y}_{i+1} \end{matrix} \right) \text{ autour de l'axe } \vec{z}_i = \vec{z}_{i+1}.$$



$\gamma_{i+1}$ , angle variable, est nommé **coordonnée articulaire** du solide  $S_{i+1}$  par rapport au solide  $S_i$ .

*Remarque : Afin d'éviter les erreurs de calcul l'angle d'orientation d'une base par rapport à une autre doit être dessiné aigu et positif.*

La matrice de changement de base qui exprime les coordonnées de la base  $B_{i+1}$  dans la base  $B_i$  s'écrit

$$B_{i+1} = \begin{pmatrix} \vec{x}_i \cdot \vec{x}_{i+1} & \vec{x}_i \cdot \vec{y}_{i+1} & 0 \\ \vec{y}_i \cdot \vec{x}_{i+1} & \vec{y}_i \cdot \vec{y}_{i+1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma_{i+1} & -\sin \gamma_{i+1} & 0 \\ \sin \gamma_{i+1} & \cos \gamma_{i+1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Il peut être utile d'écrire le changement de base sous la forme

$$\begin{pmatrix} \vec{x}_i \\ \vec{y}_i \\ \vec{z}_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{x}_{i+1} & \vec{y}_{i+1} & \vec{z}_{i+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma_{i+1} & -\sin \gamma_{i+1} & 0 \\ \sin \gamma_{i+1} & \cos \gamma_{i+1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



La lecture en ligne donne les composantes dans la base  $B_i$  des vecteurs de la base  $B_{i+1}$ .

La lecture en colonne donne les composantes dans la base  $B_{i+1}$  des vecteurs de la base  $B_i$ .

De même si dans le plan un vecteur  $\vec{V}$  est repéré par  $\vec{V} = x_i \vec{x}_i + y_i \vec{y}_i = x_{i+1} \vec{x}_{i+1} + y_{i+1} \vec{y}_{i+1}$  alors

$$\begin{matrix} & x_{i+1} & y_{i+1} & z_{i+1} \\ \begin{matrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{matrix} & \begin{pmatrix} \cos \gamma_{i+1} & -\sin \gamma_{i+1} & 0 \\ \sin \gamma_{i+1} & \cos \gamma_{i+1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

La lecture en ligne donne les composantes dans la base  $B_i$  de  $\vec{V}$  dans la base  $B_{i+1}$ .

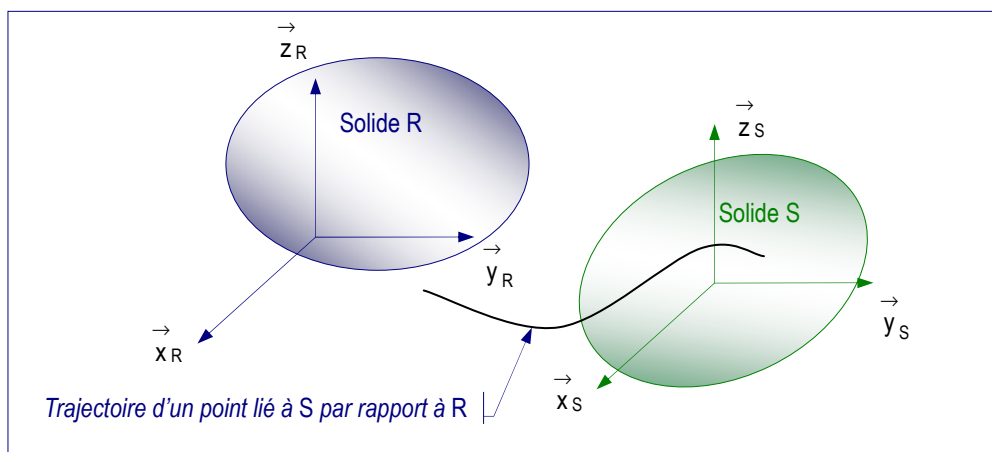
La lecture en colonne donne les composantes dans la base  $B_{i+1}$  de  $\vec{V}$  dans la base  $B_i$ .

#### ▪ Définition du mouvement de translation

Un solide S est en translation par rapport à un solide R s'il a une orientation invariable par rapport à R au cours du mouvement.

Donc au cours du mouvement de translation  $\vec{x}_R = \vec{x}_S$ ,  $\vec{y}_R = \vec{y}_S$  et par conséquent  $\vec{z}_R = \vec{z}_S$ .

Les trajectoires, dans le repère lié à R, de tous les points liés à S sont des courbes superposables.



## 4. Les savoir-faire développés

- Associer le modèle du solide indéformable au comportement cinématique d'un solide ;
- Associer un repère à un solide ;
- Identifier les degrés de liberté d'un solide en mouvement par rapport à un repère ;
- Réaliser le paramétrage d'un mécanisme simple ;
- Prendre en compte les symétries ou les restrictions de mouvement pour simplifier les modèles
- Déterminer la trajectoire d'un point d'un solide.



## 5. Les connaissances

Proposer un modèle

- **Modèles de solide**

Modèle de solide indéformable ;

- **Modélisation géométrique et cinématique des mouvements entre solides indéformables**

Déplacement des points d'un solide : repère lié à un solide, paramètres géométriques linéaires et angulaires définissant la position d'un solide par rapport à un autre, déplacements d'un solide.

## 6. Avant de commencer

L'équipe doit vérifier que les ressources nécessaires à la réalisation des activités pratiques sont présentes au sein de l'îlot <sup>1</sup>.

- ☐ Le robot DARwIn-OP fonctionnel associé à l'ordinateur de pilotage et connecté au réseau monté sur son support.
- ☐ Plusieurs postes de travail constitués chacun d'un ordinateur communiquant avec l'ordinateur de pilotage et d'acquisition.

**Ressources logicielles et numériques :**

- ☐ Modèle 3D sous le format SolidWorks du robot complet, ainsi que de chaque membre séparé.
- ☐ Logiciel de simulation mécanique Méca3D.
- ☐ Tableur (Excel).
- ☐ Fiche de guidance Solidworks.
- ☐ Fiche de guidance Méca3D.

L'ensemble des ressources est disponible ?

**Oui / Non**

Si oui, alors passer à l'étape suivante.

Si non, faite appel à votre professeur pour que les ressources nécessaires soient mises à votre disposition avant de passer à l'étape suivante.

<sup>1</sup> cochez les cases si la ressource est disponible



## DEROULEMENT DES ACTIVITES

### Problème posé à l'équipe

Un robot humanoïde doit pouvoir se mouvoir dans un espace humain, avec des déplacements et des gestes particuliers qui correspondent aux différentes tâches qu'il aura à accomplir.

Le robot DARwIn-OP étant destiné au service à la personne, il doit par exemple être capable de porter un verre plein sans le renverser, tout en montant un escalier... Comment commander ce type de robot pour qu'il exécute les mouvements voulus ?

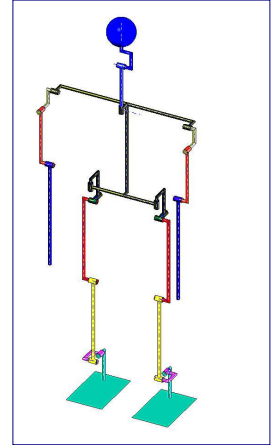
Tout robot humanoïde est constitué d'un assemblage de segments reliés par des articulations généralement motorisées.

Les liaisons sont ici des articulations rotoïdes (liaisons pivot) *fig. 1*. Les « muscles » du robot, ses actionneurs, utilisent une énergie électrique et les actions mécaniques et mouvements produits par les moteurs sont transmis aux articulations par un réducteur à engrenages.

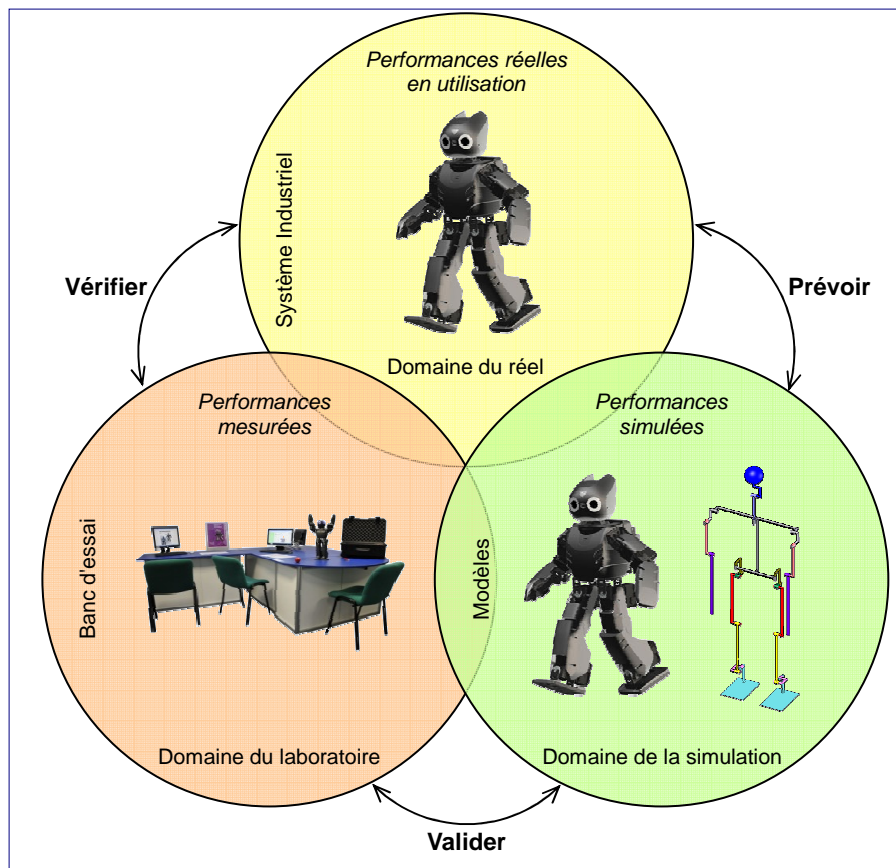
Avant même de vouloir faire bouger ce robot, il importe de savoir comment le repérer, c'est-à-dire caractériser géométriquement ses positions et sa relation à la tâche à accomplir.

On doit donc dans un premier temps définir « directement » la position et l'orientation exacte que doit avoir un membre dans l'espace opérationnel, pour exécuter la tâche. Or, ce sont des moteurs qui mettent en mouvements les articulations du robot. On a donc besoin de définir également les coordonnées dites « articulaires » du robot afin de pouvoir le commander.

Nous allons chercher à fournir au programmeur intervenant dans le bureau d'étude les éléments nécessaires à l'élaboration des programmes informatiques selon une démarche de l'ingénieur (*fig. 2*).



*fig. 1 : Schéma 3D du robot DarwIn-OP*



*fig. 2 : La démarche de l'ingénieur*

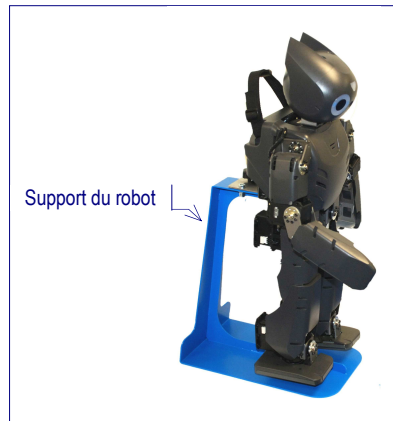


## 1<sup>ère</sup> Partie

Objectif :

Mettre en œuvre le robot pour des tâches précises

Installer le robot DarwIn-OP sur son support selon la *fig. 3*



*fig. 3 : Robot DarwIn sur son support*

A partir des programmes proposés mettre en œuvre le robot. (Philippe et/ou Damien d'après les résultats de la deuxième partie résumés dans la réponse technique)

**Postes 1, 2, 3 et 4**

Observer les mouvements du pied droit et de l'avant-bras droit ; définir qualitativement la nature de ces mouvements par rapport au sol.

**Postes 1 et 2**

Relever et noter les variations des coordonnées articulaires des deux servomoteurs en action du bras droit.

**Postes 3 et 4**

Relever et noter les variations des coordonnées articulaires des trois servomoteurs de la jambe droite.

En fait je ne sais pas ce que le robot, lors de son fonctionnement, peut restituer comme informations et sous quelle forme ! Fichier Excel, fichier txt, ...

Que doit-on donner aux élèves pour effectuer cette première partie ?????



## 2<sup>ème</sup> Partie

Objectif :

Exploiter le modèle géométrique inverse pour un membre du robot afin d'effectuer la tâche demandée

Le schéma cinématique d'un membre du robot permet de le paramétrer, c'est-à-dire de définir :

- les **solides** en associant un repère à chaque solide  $S_i$  et en définissant dans chaque repère la position des centres de liaison par des paramètres géométriques constants
- les **liaisons** en associant à chacune d'elle les paramètres géométriques variables qui correspondent aux degrés de liberté (ou coordonnées articulaires).

Le schéma paramétré du membre considéré du robot permet l'étude du **modèle géométrique direct** de la **chaîne simple ouverte**. Ce modèle décrit la position que prend le segment terminal de la structure (effecteur) lorsque la valeur des variables articulaires est connue, c'est-à-dire pour une configuration donnée de la structure. Ce modèle est constitué de l'expression des coordonnées du repère lié au segment terminal dans le repère lié au solide de référence exprimé en fonction des coordonnées articulaires.

Comme on désire piloter le robot il faut définir le **modèle géométrique inverse**. On connaît la position et l'orientation que doit atteindre l'effecteur par rapport au solide de référence. Pour commander le robot il faut connaître la valeur des coordonnées articulaires pour atteindre cette situation c'est-à-dire de trouver l'expression des coordonnées articulaires en fonction de la position et de l'orientation de l'organe terminal.

C'est l'objectif de cette deuxième partie ; on désire que l'organe terminal du membre considéré se déplace dans un plan parallèle au plan sagittal (*fig. 4*) et atteigne une position définie.

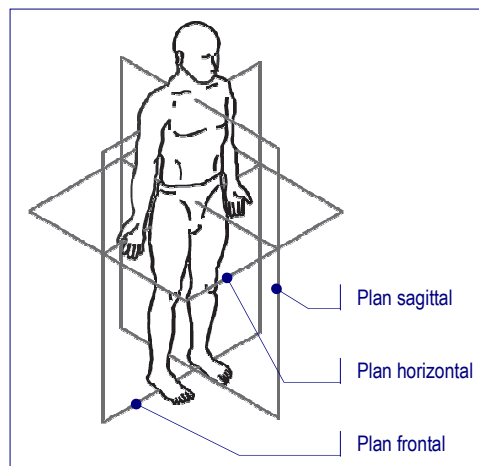
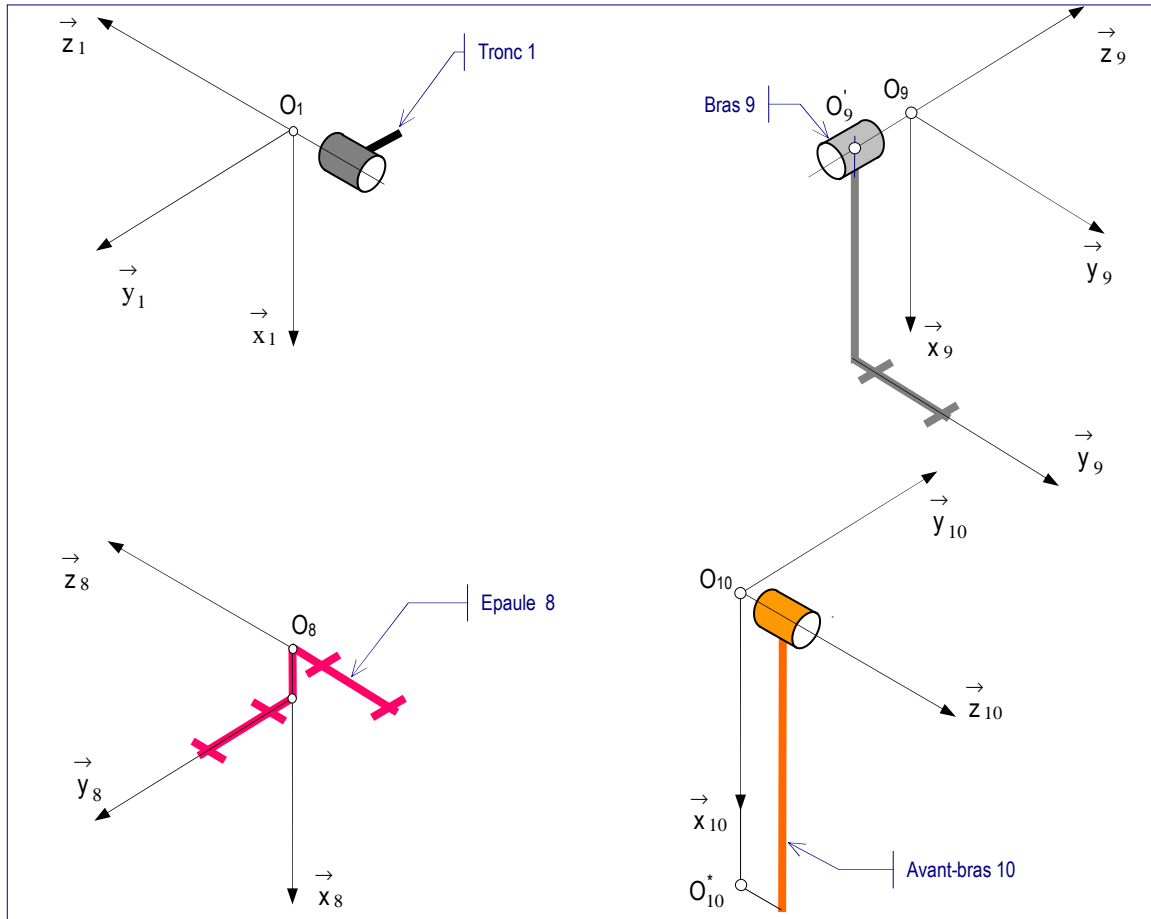


fig. 4 : Plans caractéristiques des mouvements du corps humain



**Postes 1 et 2**

La *fig. 5* précise les repères associés aux solides du bras droit et la *fig. 6* donne le paramétrage du bras lorsque l'épaule 8 est bloquée avec le bras 9 de telle sorte que  $\vec{x}_8 = \vec{x}_9$ . Alors l'ensemble du bras droit ne peut se mouvoir que dans un plan parallèle au plan sagittal.



*fig. 5 : Modélisation des solides du bras droit*

Les coordonnées articulaires *fig. 6* sont  $\gamma_8 = \begin{pmatrix} \vec{x}_1, \vec{x}_8 \end{pmatrix}$  et  $\gamma_{10} = \begin{pmatrix} \vec{x}_9, \vec{x}_{10} \end{pmatrix}$ .  $\gamma_i$  désigne la coordonnée articulaire du solide  $i$  par rapport au solide  $i-1$ .

Les coordonnées constantes liées aux solides sont :  $h_8 = 16 \text{ mm}$ ,  $h_9 = 60 \text{ mm}$ ,  $h_{10} = 116 \text{ mm}$  et  $z_9 = 16 \text{ mm}$ .

**Modèle géométrique direct (MGD)**

L'étude du MGD pour le bras droit conduit aux résultats suivants

$$x = (h_8 + h_9) \cos \gamma_8 + h_{10} \cos(\gamma_8 + \gamma_{10}) - z_9 \sin \gamma_8 \quad (1)$$

$$y = (h_8 + h_9) \sin \gamma_8 + h_{10} \sin(\gamma_8 + \gamma_{10}) + z_9 \cos \gamma_8 \quad (2)$$

Les relations (1) et (2) fournissent les coordonnées cartésiennes du point  $O_{10}^*$  telles que  $O_1 O_{10}^* = x \vec{x}_1 + y \vec{y}_1$ .

L'avant-bras 10 par rapport au tronc 1 est globalement orienté par  $\theta = \begin{pmatrix} \vec{x}_1, \vec{x}_{10} \end{pmatrix}$  (*fig. 6*)

soit  $\theta = \gamma_8 + \gamma_{10} \quad (3)$

### Modèle géométrique inverse (MGI)

Les coordonnées articulaires  $\gamma_8$  et  $\gamma_{10}$  en fonction de  $x$ ,  $y$  et  $\theta$  dans le repère  $O_1; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1$  se déterminent à partir des relations (1), (2) et (3) :

$$\gamma_8 = \arccos \left( \frac{yz_9 + x(h_8 + h_9) - (h_8 + h_9)h_{10} \cos \theta - h_{10}z_9 \sin \theta}{z_9^2 + (h_8 + h_9)^2} \right)$$

et

$$\gamma_{10} = \theta - \gamma_8$$

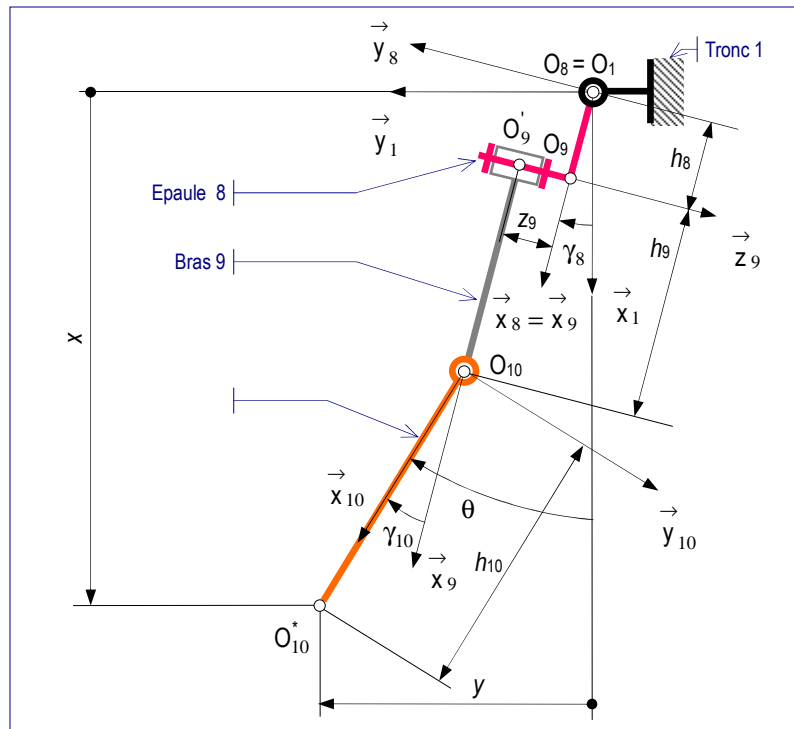


fig. 6 : Paramétrage de l'ensemble du bras et de l'avant-bras

La fig. 7 donne la configuration du bras et de l'avant-bras en position initiale en position finale.

Par rapport à la base  $\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$  associée au sol, le tronc 1 est incliné d'un angle  $\beta$  (fig. 7) tel que  $\beta = \left( \vec{x}_0, \vec{x}_1 \right) = \left( \vec{y}_0, \vec{y}_1 \right)$ .

$\vec{x}_0$  est le vecteur unitaire de la verticale descendante.

La position à atteindre par le point  $O_{10}^*$  est définie par ses coordonnées cartésiennes  $x_0$  et  $y_0$  dans le repère  $O_0; \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0$  :

$$x_0 = 45,7 \text{ mm et } y_0 = 178,8 \text{ mm}$$

En position initiale  $\gamma_8 = -48^\circ$ ,  $\gamma_{10} = 119^\circ$ , et  $\theta = 71^\circ$ . On donne  $\beta = -13^\circ$  et  $\theta_0 = 90^\circ$

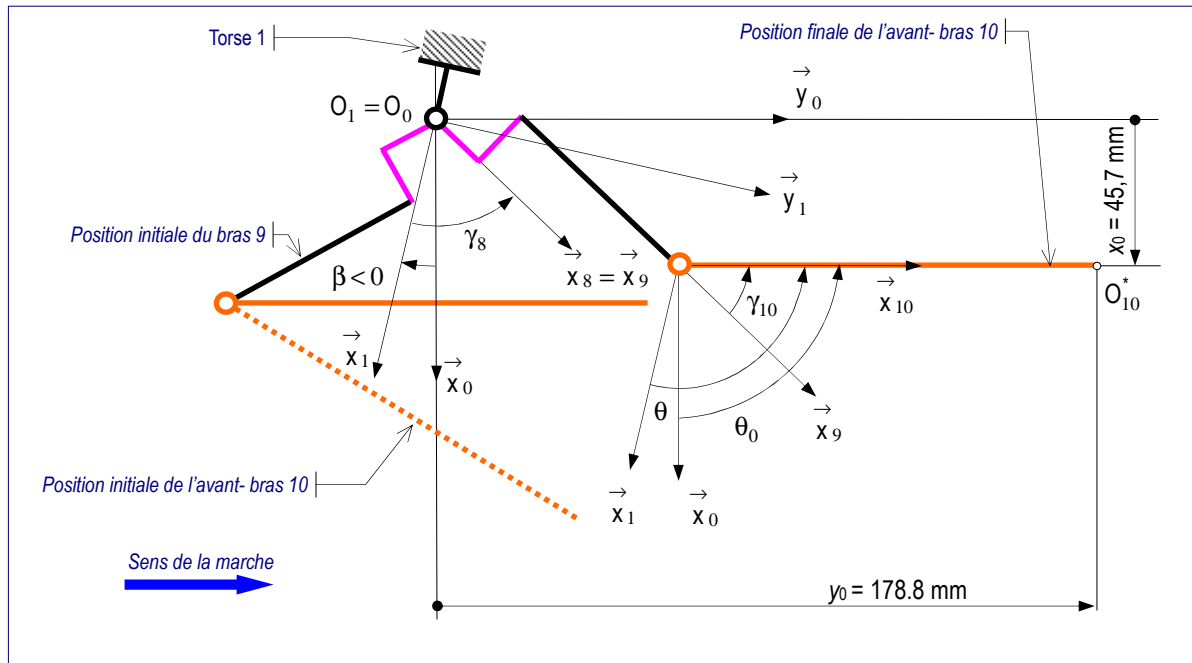


fig. 7 : Schéma de l'ensemble du bras et de l'avant-bras en mouvement de translation

Les réponses sont à fournir sur feuille de copie (sauf la réponse à la question Q 4 qui est à placer dans la réponse technique)

**Q 1 :** Dans un premier temps l'avant-bras 10 est amené parallèle à  $\vec{y}_0$ . Déterminer la valeur de l'orientation  $\gamma_{10}$  en degrés pour qu'il en soit ainsi.

On sait que  $\theta = \gamma_8 + \gamma_{10}$  donc  $\gamma_{10} = \theta - \gamma_8$

Comme  $\theta_0 = 90^\circ$  alors  $\theta = 90 + 13 = 103^\circ$  d'après la fig. 7. Finalement  $\gamma_{10} = 103 + 48 = 151^\circ$

**Q 2 :** Calculer les coordonnées  $x_0$  et  $y_0$  du point  $O_{10}^*$  dans le repère  $O_1; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1$

Avec

$$\begin{pmatrix} \vec{x}_0 \\ \vec{y}_0 \\ \vec{z}_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{y}_1 \\ \vec{z}_1 \end{pmatrix}$$

on obtient  $\vec{x}_0 = \cos\beta \vec{x}_1 - \sin\beta \vec{y}_1$

$$\vec{y}_0 = \sin\beta \vec{x}_1 + \cos\beta \vec{y}_1$$

comme  $O_0 O_{10}^* = x_0 \vec{x}_0 + y_0 \vec{y}_0$



alors 
$$\vec{O_0 O_{10}^*} = (x_0 \cos \beta + y_0 \sin \beta) \vec{x}_1 + (y_0 \cos \beta - x_0 \sin \beta) \vec{y}_1$$

soit 
$$\vec{O_0 O_{10}^*} = (45,7 \cos(-13) + 178,8 \sin(-13)) \vec{x}_1 + (178,8 \cos(-13) - 45,7 \sin(-13)) \vec{y}_1$$

et 
$$\vec{O_0 O_{10}^*} \approx 4,3 \vec{x}_1 + 184,5 \vec{y}_1 \quad x_1 \approx 4,3 \text{ mm} \quad \text{et} \quad y_1 \approx 184,5 \text{ mm}$$

**Q 3 :** Déterminer les coordonnées articulaires  $\gamma_8$  et  $\gamma_{10}$  pour que point  $O_{10}^*$  atteigne la position désirée dans le repère  $O_1; \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1$  et que l'avant-bras se déplace selon un mouvement de translation par rapport au sol.

Pour que l'avant-bras se déplace en translation il faut  $\theta = 103^\circ$

La coordonnée articulaire  $\gamma_8$  est calculée à partir de la relation donnée

$$\gamma_8 = \arccos \left( \frac{184,5 \times 16 + 4,3(16 + 60) - 116(16 + 60) \cos 103 - 116 \times 16 \sin 103}{16^2 + (16 + 60)^2} \right)$$

d'où 
$$\gamma_8 \approx 55^\circ$$

et comme 
$$\gamma_{10} = \theta - \gamma_8$$

$$\gamma_{10} \approx 103 - 55 = 48^\circ$$

**Q 4 :** Enumérer les informations qu'il faut donner au développeur de logiciels pour qu'il puisse programmer la tâche assignée.

Finalement pour piloter le bras droit du robot, dans le contexte donné, le programmeur doit connaître :

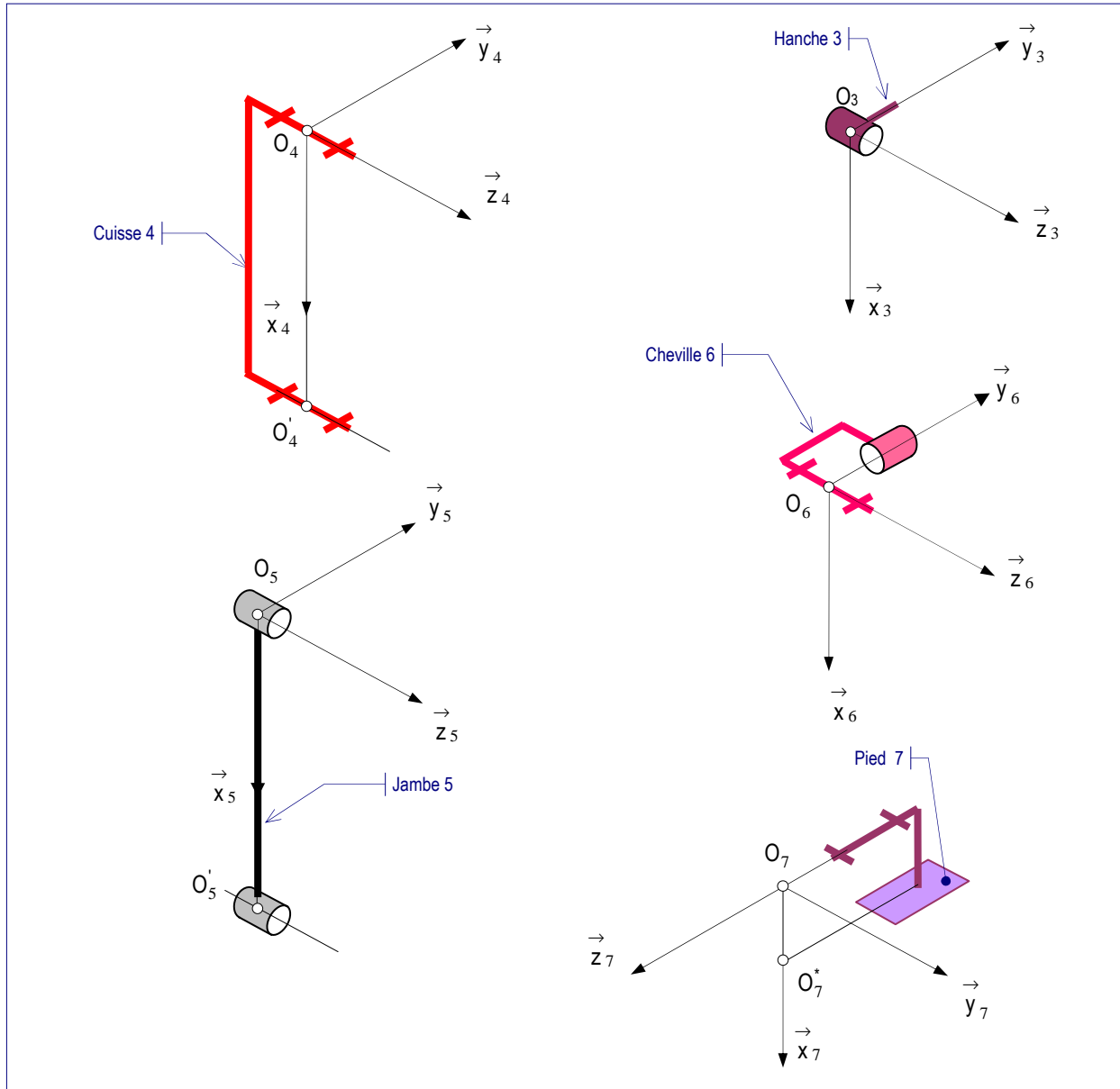
- la position initiale du bras  $\gamma_8 = -48^\circ$  ;
- la position finale du bras  $\gamma_8 = 55^\circ$  ;
- la valeur de  $\gamma_{10} = 103 - \gamma_8$  dans l'intervalle  $-48^\circ \leq \gamma_8 \leq 55^\circ$ , qui respecte le mouvement de translation de l'avant-bras.

(voir fichier Excel "[Mvt translation bras](#)")

*Remarque : le programmeur n'a pas besoin de connaître la relation donnant  $\gamma_8$*

**Postes 3 et 4**

La *fig. 8* précise les repères associés aux solides de la jambe droite et la *fig. 9* donne le paramétrage de l'ensemble de la jambe quand le pied 7 est bloquée avec la cheville 6 de telle sorte que  $\vec{x}_7 = \vec{x}_6$ . Alors l'ensemble de la jambe droite ne peut se mouvoir que dans un plan parallèle au plan sagittal.



*fig. 8 : Modélisation des solides des solides de la jambe droite*

Les coordonnées articulaires *fig. 9* sont  $\gamma_4 = \begin{pmatrix} \vec{x}_3, \vec{x}_4 \end{pmatrix}$ ,  $\gamma_5 = \begin{pmatrix} \vec{x}_4, \vec{x}_5 \end{pmatrix}$  et  $\gamma_6 = \begin{pmatrix} \vec{x}_5, \vec{x}_6 \end{pmatrix}$ .  $\gamma_i$  désigne la coordonnée articulaire du solide  $i$  par rapport au solide  $i-1$ .

Les coordonnées constantes liées aux solides sont :  $h_4 = h_5 = 93 \text{ mm}$  et  $h_7 = 33,5 \text{ mm}$ .

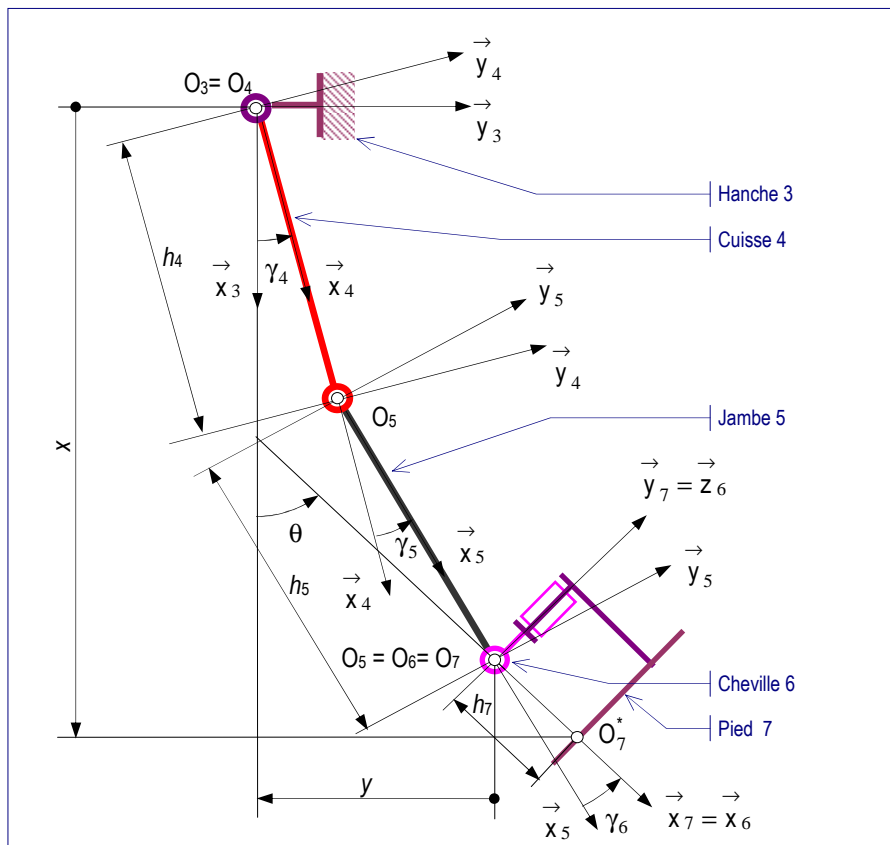


fig. 9 : Paramétrage de l'ensemble de la jambe droite

### Modèle géométrique direct (MGD)

L'étude du MGD pour la jambe droite conduit aux résultats suivants

$$x = h_4 \cos \gamma_4 + h_5 \cos(\gamma_4 + \gamma_5) + h_7 \cos(\gamma_4 + \gamma_5 + \gamma_6) \quad (1)$$

$$y = h_4 \sin \gamma_4 + h_5 \sin(\gamma_4 + \gamma_5) + h_7 \sin(\gamma_4 + \gamma_5 + \gamma_6) \quad (2)$$

Les relations (1) et (2) fournissent les coordonnées cartésiennes du point  $O_7^*$  dans le repère  $O_3; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3$

et l'orientation du pied 7 est fixée par  $\theta = \left( \vec{x}_3, \vec{x}_7 \right)$  (fig. 9)

donc  $\theta = \gamma_4 + \gamma_5 + \gamma_6 \quad (3)$

### Modèle géométrique inverse (MGI)

Les coordonnées articulaires  $\gamma_4$ ,  $\gamma_5$  et  $\gamma_6$  en fonction de  $x$ ,  $y$  et  $\theta$  dans le repère  $O_3; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3$  se déterminent à partir des relations (1), (2) et (3). Après calculs on trouve :

$$\gamma_4 = -\text{Arc cos} \left( \frac{A^2 + B^2 + h_4^2 - h_5^2}{2h_4 \sqrt{A^2 + B^2}} \right) + \text{Arc tan} \left( \frac{B}{A} \right)$$

$$\gamma_5 = \text{Arc tan} \left( \frac{B - h_4 \sin \gamma_4}{A - h_4 \cos \gamma_4} \right) - \gamma_4$$

$$\gamma_6 = \theta - \gamma_4 - \gamma_5$$

avec

$$A = x - h_7 \cos \theta$$

$$B = y - h_7 \sin \theta$$

La **fig. 10** donne la configuration de la jambe droite en position initiale, en position finale et en position intermédiaire.

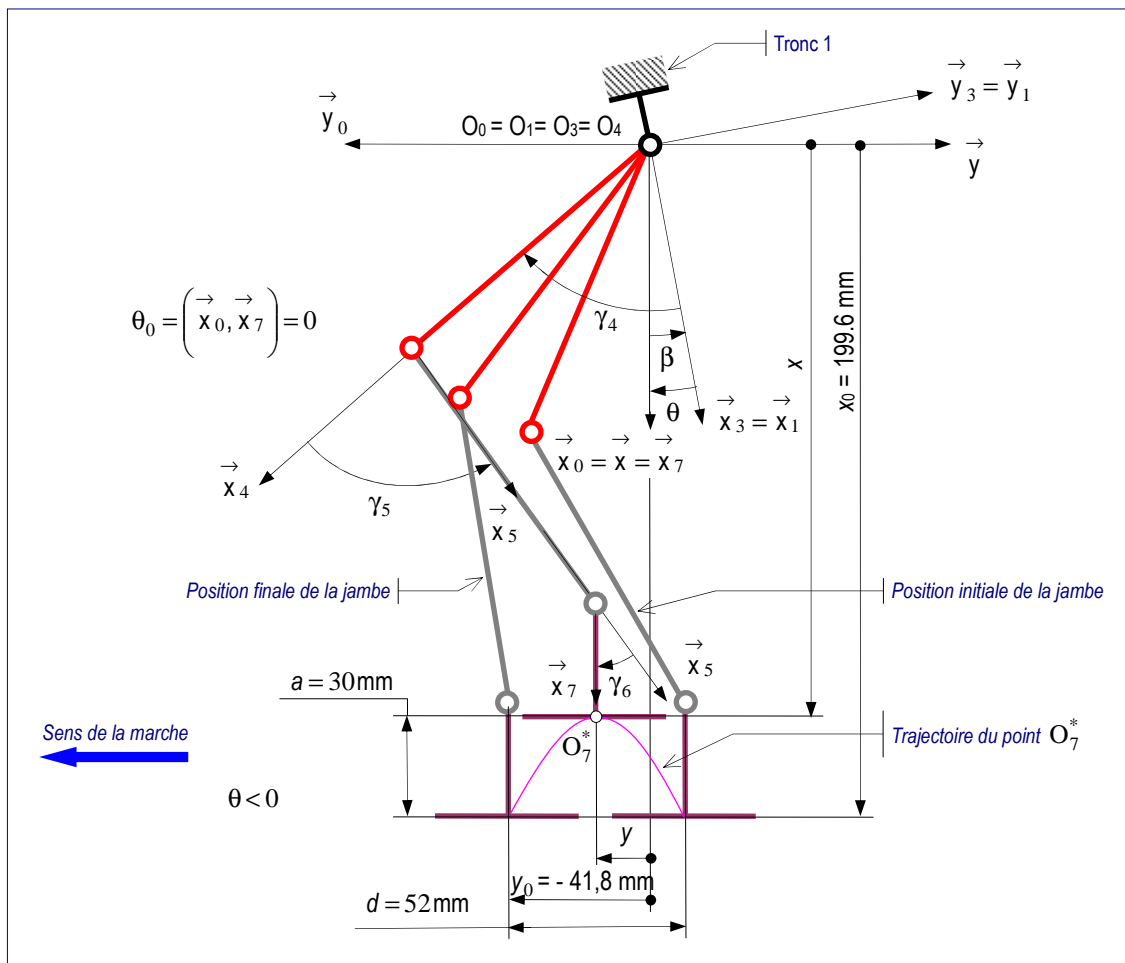
Deux éléments de la hanche repérés 2 et 3, non représentés, sont, par hypothèse, liés complètement au tronc 1 et avec des coordonnées articulaires telles que la jambe se déplace dans un plan parallèle au plan sagittal (voir **fig. 11**).

Par rapport à la base  $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  associée au sol, le tronc 1 est incliné d'un angle  $\beta$  (**fig. 10**) tel que  $\beta = \left( \vec{x}, \vec{x}_1 \right) = \left( \vec{y}, \vec{y}_1 \right)$ .

$\vec{x} = \vec{x}_0$  est le vecteur unitaire de la verticale descendante et  $\vec{y} = -\vec{y}_0$ .

La position finale à atteindre par le point  $O_7^*$  est définie par ses coordonnées cartésiennes  $x_0$  et  $y_0$  dans le repère  $O_1; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  :

$x_0 = 199,6\text{mm}$  et  $y_0 = -41,8\text{mm}$ .



**fig. 10 : Schéma de l'ensemble de la jambe et du pied en mouvement de translation**

En position initiale  $\gamma_4 = -36^\circ$ ,  $\gamma_5 = 53^\circ$ ,  $\gamma_6 = -30^\circ$  et  $\theta = -13^\circ$ . On donne  $\beta = 13^\circ$  et  $\theta_0 = 0^\circ$

**Les réponses sont à fournir sur feuille de copie (sauf la réponse à la question Q 4 qui est à placer dans la réponse technique)**

**Q 1 :** Calculer les coordonnées  $x_0$  et  $y_0$  du point  $O_7^*$  dans le repère  $O_3; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3$



Avec

$$\begin{matrix} \vec{x} \\ \vec{y} \\ \vec{z} \end{matrix} \begin{pmatrix} \vec{x}_3 & \vec{y}_3 & \vec{z}_3 \\ \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

on obtient  $\vec{x} = \cos\beta \vec{x}_3 - \sin\beta \vec{y}_3$

$$\vec{y} = \sin\beta \vec{x}_3 + \cos\beta \vec{y}_3$$

comme  $O_0 O_7^* = x_0 \vec{x} + y_0 \vec{y}$

alors  $O_0 O_7^* = (x_0 \cos\beta + y_0 \sin\beta) \vec{x}_3 + (y_0 \cos\beta - x_0 \sin\beta) \vec{y}_3$

soit  $O_0 O_7^* = (199,6 \cos 13 - 41,8 \sin 13) \vec{x}_3 + (-41,8 \cos 13 - 199,6 \sin 13) \vec{y}_3$

et  $O_0 O_7^* = 185,1 \vec{x}_3 - 85,7 \vec{y}_3 \quad x = 185,1 \text{ mm} \text{ et } y = -85,7 \text{ mm}$

**Q2 :** Déterminer les coordonnées articulaires  $\gamma_4$ ,  $\gamma_5$  et  $\gamma_6$  pour que le point  $O_7^*$  suive une trajectoire sinusoïdale partielle, atteigne la position désirée dans le repère  $O_1; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$  et que le pied se déplace selon un mouvement de translation par rapport au sol horizontal. L'équation de la trajectoire sinusoïdale peut se mettre sous la forme :

$$x = a \sin(ky + \varphi) + h$$

expression dans laquelle :

- $a$  est l'amplitude du mouvement du pied ;
- $h$  est la hauteur (selon  $\vec{x}_0$ ) autour de laquelle oscille la sinusoïde ;
- $k$  représente le nombre d'onde de la sinusoïde,  $k = \frac{\pi}{d}$  en rad/mm si  $d$ , en mm, représente la distance parcourue par un pied (un pas)
- $\varphi$  représente le déphasage de la sinusoïde.

L'amplitude maximale  $a$  est atteinte lorsque le point  $O_7^*$  du pied a parcouru un demi pas.

Dans un premier temps il convient de trouver la coordonnée  $x$  en fonction du déplacement  $y$  du point  $O_7^*$  du pied selon  $\vec{y}$  dans le repère  $O_1; \vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ .

A partir de la relation donnée on trouve le déphasage par

$$\varphi = \text{Arcsin}\left(\frac{x-h}{a}\right) - \frac{\pi}{d} y$$

avec  $a = 30 \text{ mm}$ ,  $d = 52 \text{ mm}$ ,  $h = 199,6 \text{ mm}$

L'amplitude maximale du pied est atteinte lorsque que  $x = h - a$  soit  $x = 199,6 - 30 = 169,6 \text{ mm}$ . La position initiale trouvée en réponse à la question est  $y = 10,2 \text{ mm}$  et la position finale donnée est  $y_0 = -41,8 \text{ mm}$  dans le repère  $O_1; \vec{x}, \vec{y}$ , l'amplitude maximale du pas est atteinte pour  $y = \frac{-41,8 + 10,2}{2} = -15,8 \text{ mm}$

Alors 
$$\varphi = \text{Arcsin}\left(\frac{169,6 - 199,6}{30}\right) + \frac{\pi}{52} 15,8$$





Soit  $\varphi = -0,616 \text{ rad} = -35,3^\circ$

Finalement

$$x = 30 \sin\left(\frac{\pi}{52} y - 0,61\right) + 199,6 \text{ dans le repère } \vec{O}_1; \vec{x}, \vec{y}$$

Dans un deuxième temps il faut trouver les valeurs finales des coordonnées articulaires à partir des relations données exprimées dans le repère  $\vec{O}_3; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3$

$$A = x - h_7 \cos \theta$$

$$B = y - h_7 \sin \theta$$

d'où avec les coordonnées  $x$  et  $y$  trouvées à la question Q 1 on obtient :

$$A \approx 185,1 - 33,5 \cos(-13) = 152,458$$

$$B \approx -85,7 - 33,5 \sin(-13) = -78,235$$

puis

$$\gamma_4 = -\text{Arc cos} \left( \frac{A^2 + B^2 + h_4^2 - h_5^2}{2h_4 \sqrt{A^2 + B^2}} \right) + \text{Arc tan} \left( \frac{B}{A} \right)$$

$$\gamma_4 = -\text{Arc cos} \left( \frac{152,458^2 + 78,235^2}{2 \times 93 \sqrt{152,458^2 + 78,235^2}} \right) + \text{Arc tan} \left( \frac{-78,235}{152,458} \right)$$

$$\gamma_4 \approx -50^\circ$$

et

$$\gamma_5 = \text{Arc tan} \left( \frac{B - h_4 \sin \gamma_4}{A - h_4 \cos \gamma_4} \right) - \gamma_4$$

$$\gamma_5 = \text{Arc tan} \left( \frac{-78,235 - 93 \sin(-50)}{152,458 - 93 \cos(-50)} \right) + 50$$

$$\gamma_5 \approx 45,8^\circ$$

$$\gamma_6 = \theta - \gamma_4 - \gamma_5$$

alors

$$\gamma_6 = -13 + 50 - 45,8 = -8,8^\circ$$

(voir fichier "Mvt translation jambe")

**Q3 :** Enumérer les informations qu'il faut donner au développeur de logiciels pour qu'il puisse programmer la tâche assignée.

Finalement pour piloter la jambe droite du robot, dans le contexte donné, le programmeur doit connaître :

- le domaine de variation de  $y$  et de  $x$  dans le repère  $\vec{O}_1; \vec{x}, \vec{y}$  :

$$-185,1 \text{ mm} \leq y \leq 10,2 \text{ mm}$$

$$\text{alors } x = 30 \sin\left(\frac{\pi}{52} y - 0,61\right) + 199,6$$

- les variations de  $x$  et  $y$  dans le repère  $\vec{O}_3; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3$  à partir de

$$\vec{O}_0 \vec{O}_7^* = (x \cos \beta + y \sin \beta) \vec{x}_3 + (y \cos \beta - x \sin \beta) \vec{y}_3 \text{ avec } \beta = 13^\circ$$

- les relations de détermination des variables articulaires

$$\gamma_4 = -\text{Arc cos} \left( \frac{A^2 + B^2 + h_4^2 - h_5^2}{2h_4 \sqrt{A^2 + B^2}} \right) + \text{Arc tan} \left( \frac{B}{A} \right)$$



$$\gamma_5 = \text{Arctan} \left( \frac{B - h_4 \sin \gamma_4}{A - h_4 \cos \gamma_4} \right) - \gamma_4$$

$$\gamma_6 = \theta - \gamma_4 - \gamma_5$$

avec

$$A = x - h_7 \cos \theta$$

$$B = y - h_7 \sin \theta$$

et  $\theta = -13^\circ$ ,  $h_4 = h_5 = 93 \text{ mm}$ ,  $h_7 = 33,5 \text{ mm}$ .

Remarque : les coordonnées  $x$  et  $y$  sont celles exprimées dans le repère  $O_3; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3$



### 3<sup>ème</sup> Partie

Objectif :

Simuler le mouvement déterminé en deuxième partie

L'objectif de cette 3<sup>ème</sup> partie est de simuler les mouvements du membre considéré étudié en 2<sup>ème</sup> partie. La simulation est effectuée à l'aide du logiciel Méca3D associé à Solidworks et de fichiers "Excel" donnant les valeurs des variables articulaires pendant ces mouvements.

Ouvrir le fichier Solidworks "Schéma\_DARwIn\_OP" (fig. 11) dans le répertoire "TP2\_CI7\_Elève\_SchDARwIn\_M3D\_SW2012". Le schéma de Darwin est dans la configuration « Walkready », sauf le bras gauche et l'avant-bras droit qui a été orienté parallèlement au sol. Alors

l'extrémité  $O_{10}^*$  de l'avant-bras est telle que  $\vec{O_0 O_{10}^*} \cdot \vec{y_0} = 57,3 \text{ mm}$ .

**Q 5 :** Définir dans le logiciel Méca3D les pièces et les liaisons du membre considéré.

Pour le membre considéré donner le nombre de degrés de liberté.

Vérifier à l'aide de l'outil « graphe de structure » (ou graphe des liaisons) de Méca3D que celui-ci est conforme à la constitution du robot. Quelles informations donne-t-il ?

Sauvegarder votre fichier personnel.

Chaque pièce (fig. 11) sera désignée par son nom et son repère, par exemple "Tronc1" ; chaque liaison sera désignée par son type et par le couple de pièces concernées, par exemple "Pivot\_tronc1-épaule8".

Remarque :

Le logiciel ne prend pas en compte les axes temporaires (au sens de Solidworks) pour la construction des liaisons.

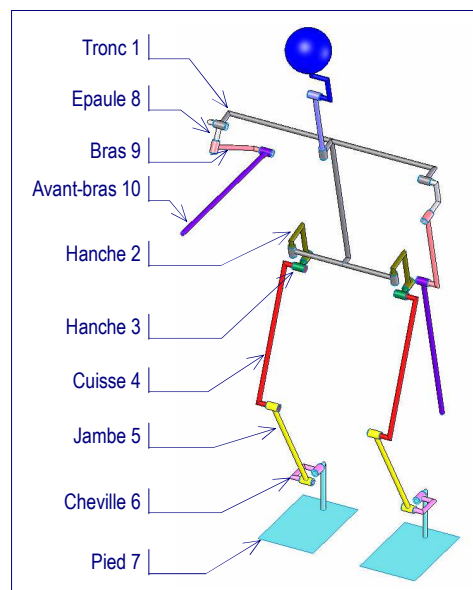


fig. 11 : Schéma du robot DARwIn-OP



### Postes 1 et 2

Le membre concerné est le bras droit qui doit se déplacer dans un plan parallèle au plan sagittal, l'une des variables articulaires (paramètre pilote) est considérée dans la position et l'orientation définis par les contraintes externes de Solidworks et doit rester dans cette situation au cours de la simulation.

La chaîne simple est constituée des pièces 1 8 9 10, le tronc 1 constituant le bâti.

### Postes 3 et 4

Le membre concerné est la jambe droite qui doit se déplacer dans un plan parallèle au plan sagittal, trois des variables articulaires (paramètres pilotes) sont considérées dans la position et l'orientation définis par les contraintes externes de Solidworks et doivent rester dans cette situation au cours de la simulation.

La chaîne simple est constituée des pièces 1 2 3 4 5 6 7, le tronc 1 constituant le bâti.

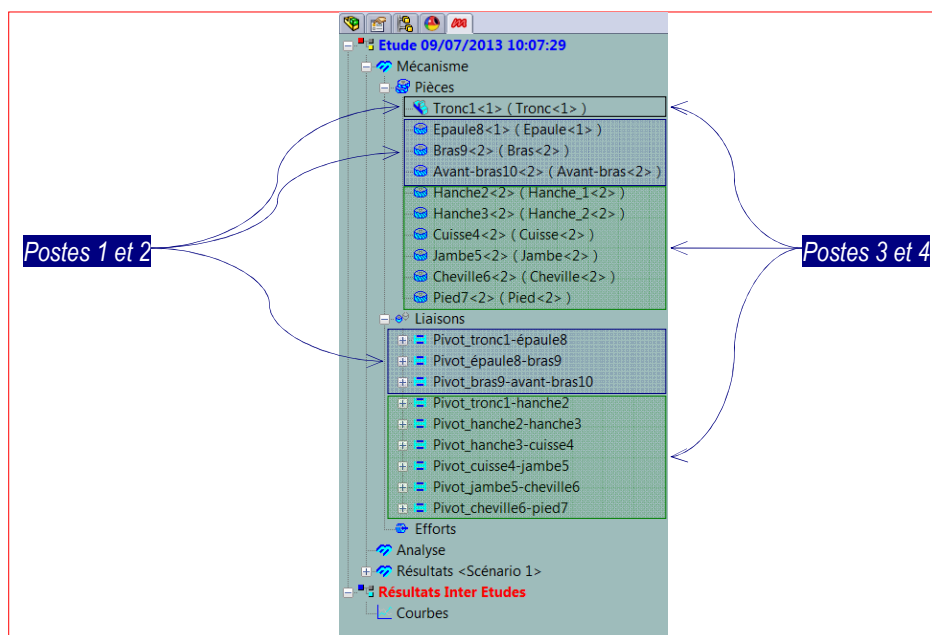
Les figures ci-dessous donnent l'arbre de construction des pièces et des liaisons, les chaînes de solides et le graphe des liaisons.

Le graphe de structure de Méca3D ci-dessous est conforme à la constitution du robot :

- pour le bras droit le tronc1 (bâti) et trois éléments assemblés, selon une chaîne simple ouverte, par trois liaisons pivot, ce qui induit trois degrés de liberté.
- pour la jambe droite le tronc1 (bâti) et six éléments assemblés, selon une chaîne simple ouverte, par six liaisons pivot, ce qui induit six degrés de liberté.

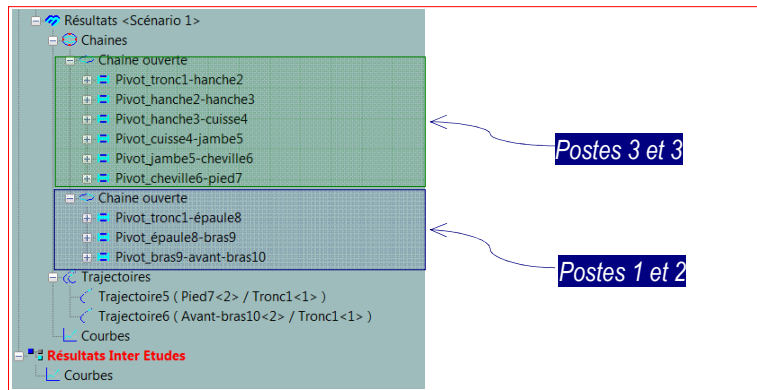
*Remarque : le graphe des liaisons du logiciel ne donne pas les axes des liaisons.*

### Arbre de construction des pièces et des liaisons

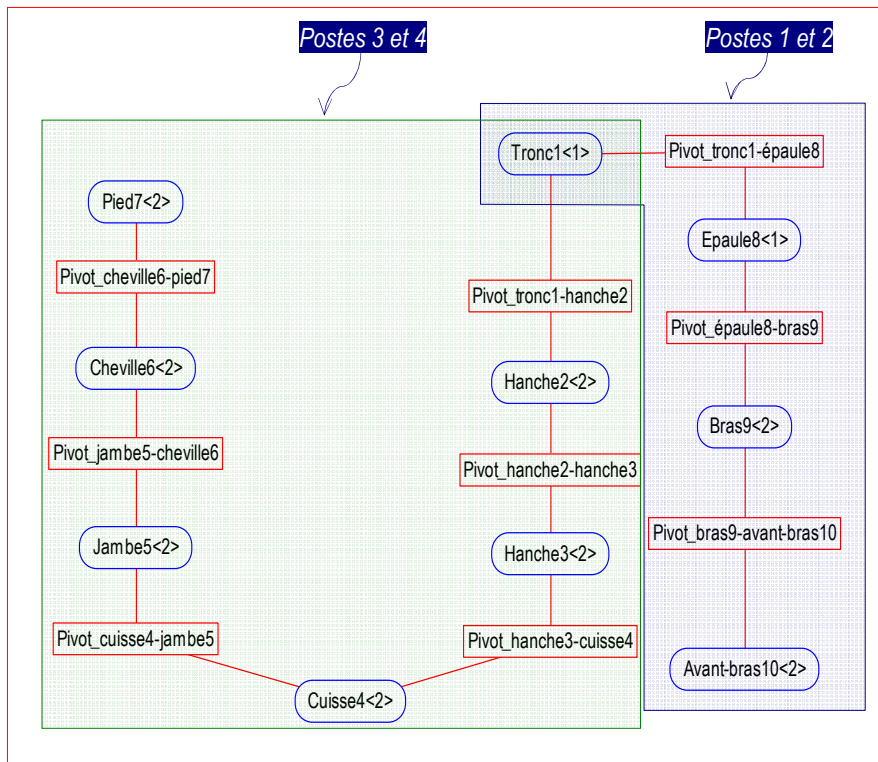




## Chaînes de solides



## Graphe de structure



**Q 6 :** Après avoir déterminé les degrés de liberté à piloter, mettre en place les variations des coordonnées articulaires pour le membre considéré.

Lancer les calculs pour une **étude géométrique**.

Demander le tracé de la trajectoire de deux points de l'effecteur du membre considéré (*fig. 12*).

Lancer la simulation.

Que peut-on dire des deux trajectoires ?

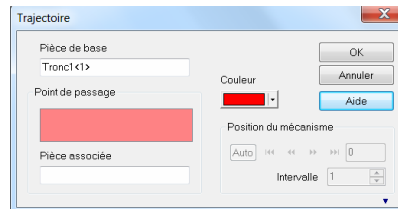
Enregistrer un AVI



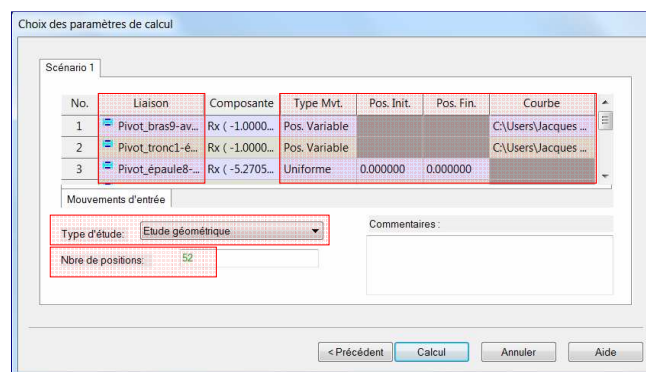
En se référant au fichier de guidance d'utilisation d'Excel dans Méca3D et après avoir importé une feuille de calculs, l'enregistrer au format .crb directement utilisable dans Méca3D.

Après avoir choisi le type d'étude et la bonne liaison *fig. 13*, sélectionner type Mvt :

- uniforme et renseigner les positions initiale et finale ;
- position variable et charger la courbe .crb concernée.



*fig. 12 : Définition d'une trajectoire*



*fig. 13 : Fenêtre des paramètres de calcul de Méca3D*

voir avi dans le dossier [TP2\\_C17\\_Prof\\_SchDARwin\\_M3D\\_SW2012](#)



## 4<sup>ème</sup> Partie

Objectif :

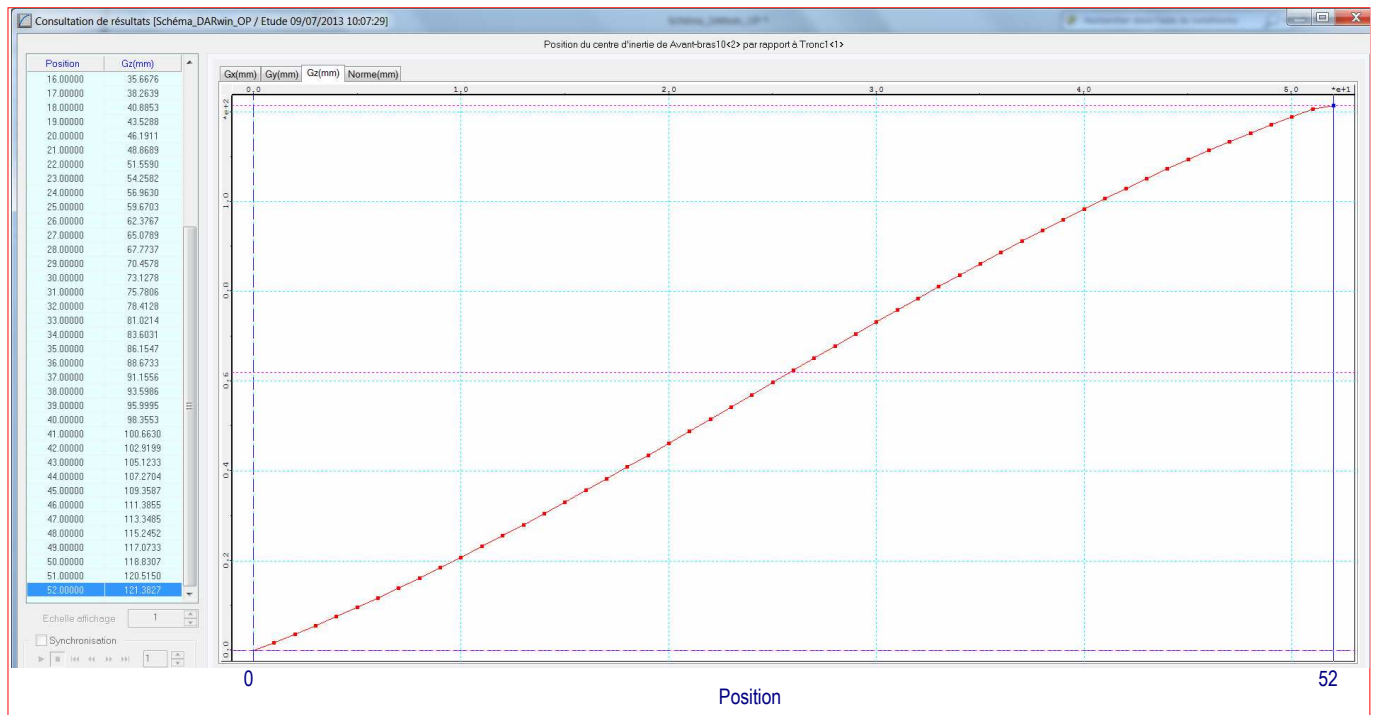
Conclure quant aux divers résultats obtenus dans les trois premières parties

Postes 1, 2, 3 et 4

**Q 7 :** Comparer les résultats des mouvements programmés du robot, des calculs et de la simulation. Conclure.

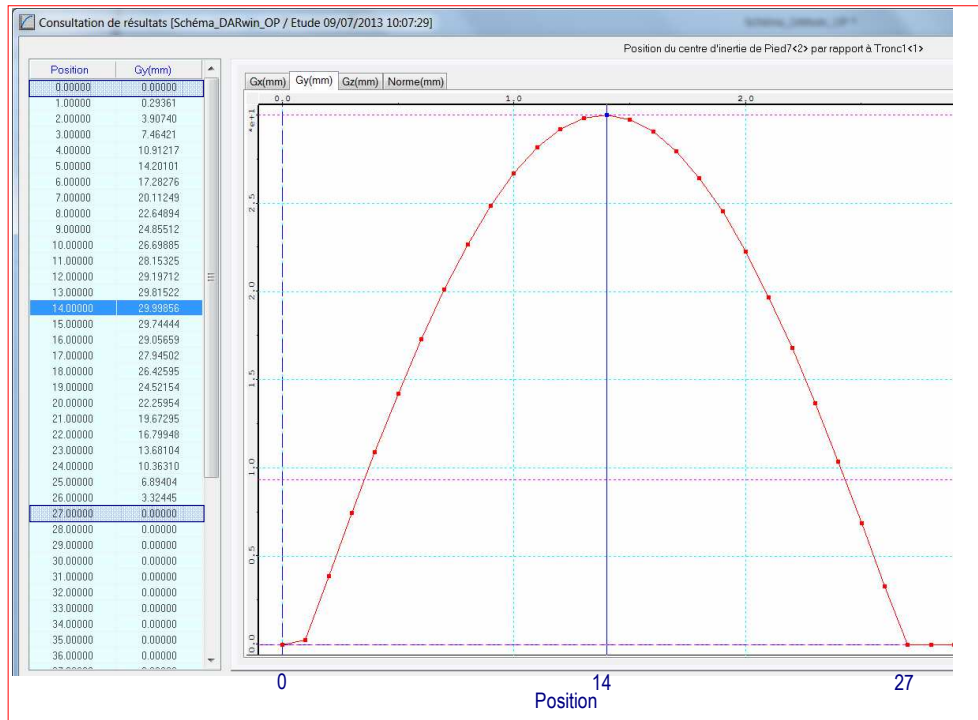
Quand l'extrémité  $O_{10}^*$  du bras passe de la position initiale (0) à la position finale (52) le point  $O_{10}^*$  a parcouru  $\cong 121,4$  mm selon  $\vec{y}_0$  (figure ci-dessous).

Comme la position finale à atteindre était de 178,8 mm et la position initiale donnée est  $O_0 O_{10}^* \cdot \vec{y}_0 = 57,3$  mm alors le déplacement le déplacement du point  $O_{10}^*$  selon  $\vec{y}_0$  est  $178,8 - 57,3 = 121,5$  mm. Ce résultat est conforme à la simulation.



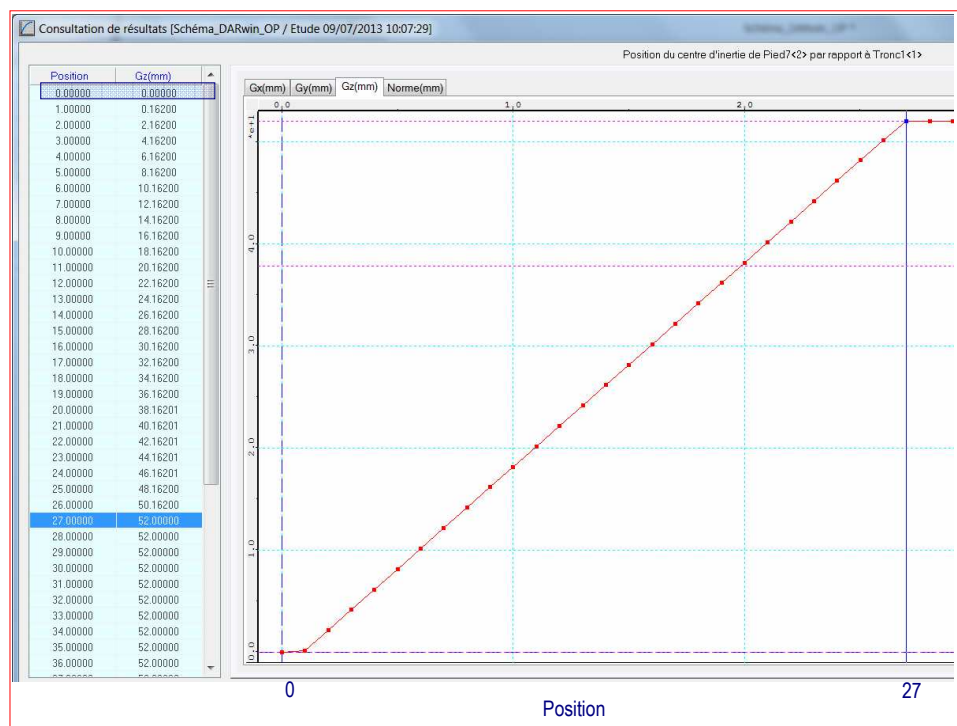
La courbe ci-dessous donne les positions du point  $O_7^*$  appartenant au pied dans son mouvement de translation par rapport au tronc selon la verticale. Pour les positions initiale et finale (respectivement 0 et 27) l'ordonnée est nulle ; pour la position médiane (14) l'ordonnée est égale à 29,99...mm soit  $\cong 30$  mm.





La position du point  $O_7^*$  dans le sens de la marche est donnée ci-dessous. Le point part de 0 mm pour la position initiale (0) et arrive à 52 mm en position finale (27).

Ces deux résultats, hauteur et longueur du pas sont conformes aux calculs.







### FICHE DE FORMALISATION (doc. Professeur)

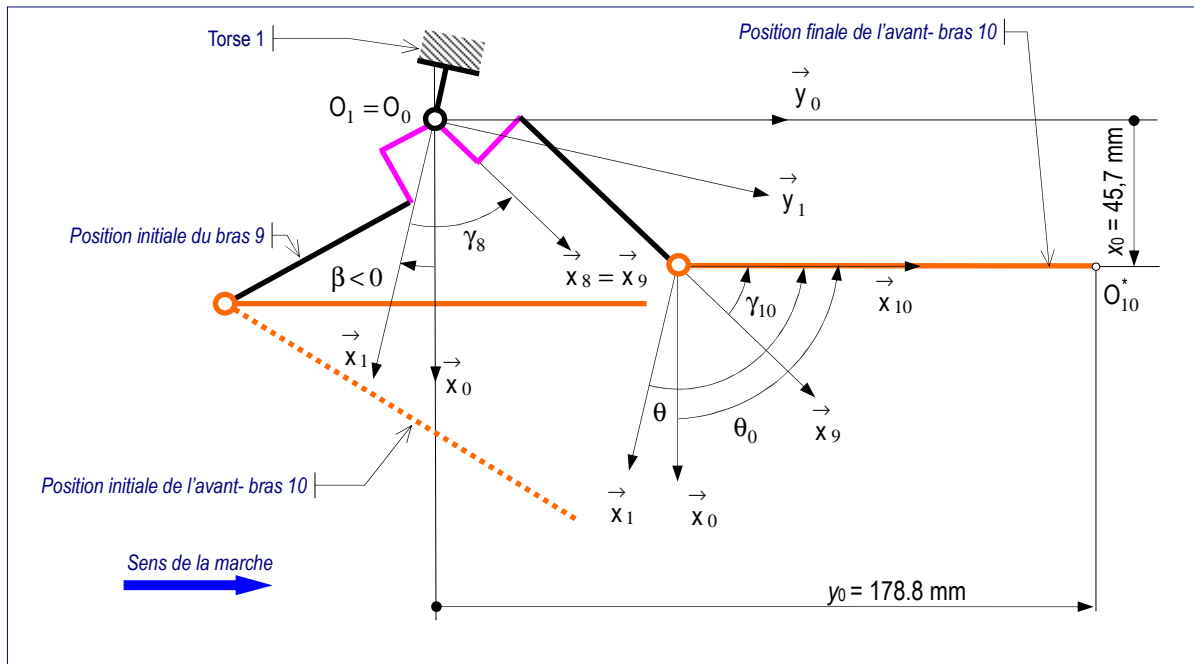
L'étude du **modèle géométrique direct (MGD)** d'un système de solides en chaîne ouverte permet de connaître la position et l'orientation de l'effecteur par rapport à un solide de référence.

Lorsqu'on désire commander une structure mécanique en chaîne ouverte, en l'occurrence un membre du robot, le problème se pose en sens inverse. On connaît la position et l'orientation que doit atteindre l'effecteur ; il faut connaître la valeur des coordonnées articulaires pour atteindre cette situation. A partir du MGD il convient de définir le **modèle géométrique inverse MGI**.

etc

## REPONSE TECHNIQUE

Postes 1 et 2

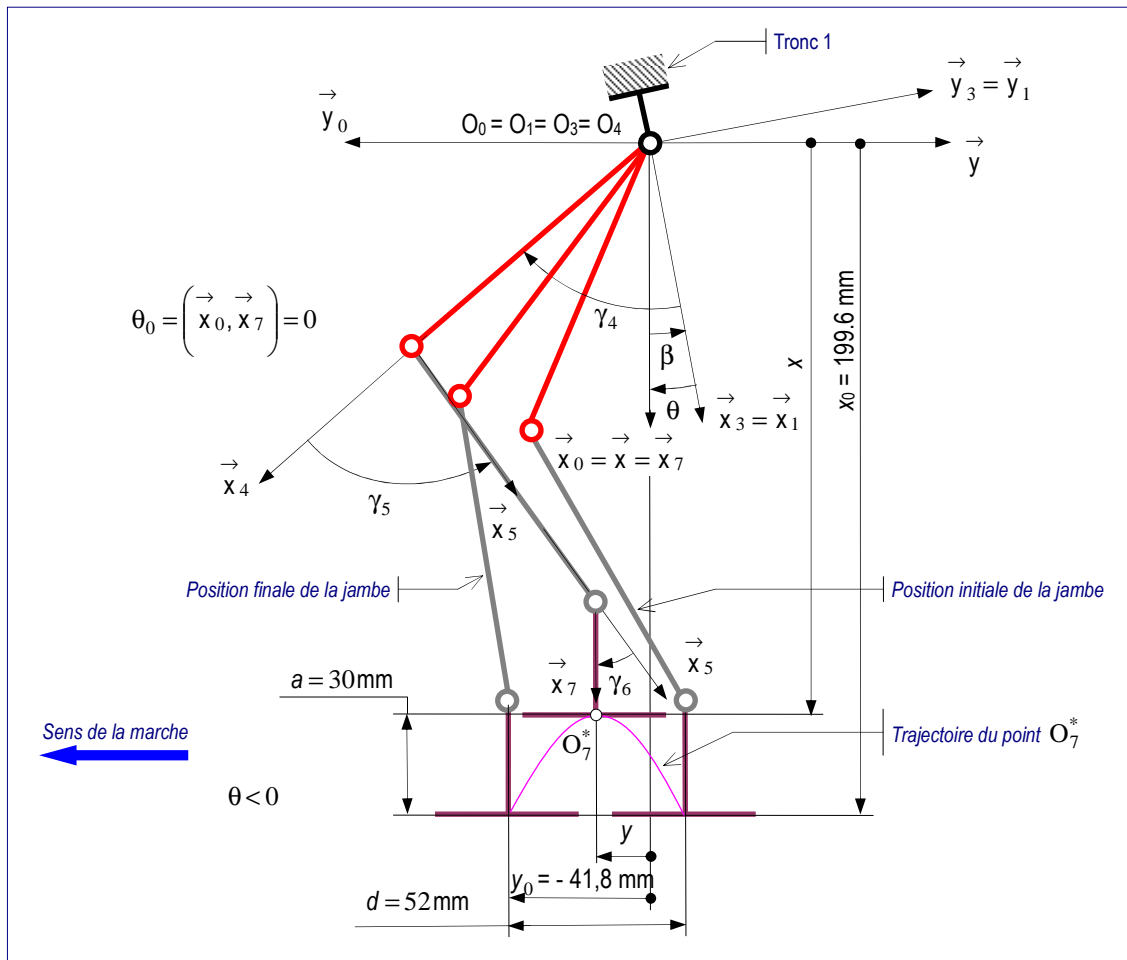


Pour piloter le bras droit du robot, dans le contexte donné, le programmeur doit connaître :

- la position initiale du bras  $\gamma_8 = -48^\circ$  ;
- la position finale du bras  $\gamma_8 = 55^\circ$  ;
- la valeur de  $\gamma_{10} = 103 - \gamma_8$  dans l'intervalle  $-48^\circ \leq \gamma_8 \leq 55^\circ$ , qui respecte le mouvement de translation de l'avant-bras.  
(voir fichier Excel "Mvt\_translation\_bras")

Remarque : le programmeur n'a pas besoin de connaître la relation donnant  $\gamma_8$

**Postes 3 et 4**



Finalement pour piloter la jambe droite du robot, dans le contexte donné, le programmeur doit connaître :

- le domaine de variation de  $y$  et de  $x$  dans le repère  $O_1; \vec{x}, \vec{y}$  :

$$-185,1\text{mm} \leq y \leq 10,2\text{mm}$$

alors  $x = 30 \sin\left(\frac{\pi}{52} y - 0,61\right) + 199,6$

- les variations de  $x$  et  $y$  dans le repère  $O_3; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3$  à partir de

$$\vec{O_0O_7^*} = (x \cos \beta + y \sin \beta) \vec{x}_3 + (y \cos \beta - x \sin \beta) \vec{y}_3 \text{ avec } \beta = 13^\circ$$

- les relations de détermination des variables articulaires

$$\gamma_4 = -\text{Arc cos} \left( \frac{A^2 + B^2 + h_4^2 - h_5^2}{2h_4 \sqrt{A^2 + B^2}} \right) + \text{Arc tan} \left( \frac{B}{A} \right)$$

$$\gamma_5 = \text{Arc tan} \left( \frac{B - h_4 \sin \gamma_4}{A - h_4 \cos \gamma_4} \right) - \gamma_4$$

$$\gamma_6 = \theta - \gamma_4 - \gamma_5$$



avec

$$A = x - h_7 \cos \theta$$

$$B = y - h_7 \sin \theta$$

et  $\theta = -13^\circ$ ,  $h_4 = h_5 = 93 \text{ mm}$ ,  $h_7 = 33,5 \text{ mm}$ .

Remarque : les coordonnées  $x$  et  $y$  sont celles exprimées dans le repère  $O_3; \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3$

## Auto-évaluation des savoir-faire

Savoir-faire intermédiaire	Je saurai refaire sans aide	Je saurai refaire avec de l'aide	Je ne saurai pas refaire
Savoir-faire du programme			